

James HIEBERT
Douglas GROUWS

Comment la manière d'enseigner
les maths influence les
apprentissages

James HIEBERT and Douglas GROUWS

The effect of classroom
mathematics teaching on
student's learning

**Second Handbook of Research on
Mathematics Teaching and Learning,**
Chapter 9, p.371–404, 2007

Traduction française : Nathalie ROQUES
Date de la traduction : août 2018

© James HIEBERT, Dougals GROUWS, 2007

Tous droits de reproduction, d'adaptation et de traduction, intégrale ou partielle réservés pour tous pays.

L'auteur est seul propriétaire des droits et responsable du contenu de ce livre.

Traduction mise à jour en avril 2021

Le fichier pdf est téléchargeable gratuitement sur www.mathadoc.fr

Notes concernant la traduction

Ce livre est la traduction de l'article *The Effect of Classroom Mathematics Teaching on Student's Learning* de James HIEBERT et Douglas GROUWS publié dans le *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (chapter 9, p.371-404, 2007).

L'article original, écrit par des américains, s'appuie le plus souvent sur des études effectuées aux USA. Le système éducatif américain est comparé au système éducatif français dans le tableau présenté dans l'annexe 1. Pour faciliter la lecture par des français, le niveau des élèves a lui aussi été traduit (ainsi les élèves de 8^{ème} grade américains sont devenus des élèves de 4^{ème}). Il en va de même pour les établissements : le mot français collège utilisé dans la traduction fait donc bien référence au collège français (et non au *college* américain, établissement de l'enseignement supérieur). La mise en forme de la version originale a été le plus souvent laissée inchangée (usage des guillemets, mots en italique, ...). Certaines expressions américaines ont été conservées dans le texte, notamment les titres d'ouvrages et les noms des organismes américains. Dans quelques cas, une traduction les accompagne (entre parenthèses).

Deux termes anglais reviennent de façon récurrente dans le texte original : *learning* et *teaching*. Ils ont été traduits, à quelques exceptions près, par apprentissage pour le premier et enseignement pour le second. *Opportunity to learn* a été traduit quant à lui par opportunité d'apprendre (de préférence à possibilité d'apprendre souvent rencontrée dans la littérature française).

La traduction est intégrale, à l'exception de deux parties du texte décrivant des études et qui ont été résumées dans l'annexe 2 (elles sont signalées dans le texte).

Table des matières

LA FAÇON D’ENSEIGNER EST CRUCIALE ... MAIS PRÉCISER DE QUELLE MANIÈRE EST TOUT SAUF ÉVIDENT	15
UNE AFFIRMATION TRIVIALE BIEN DIFFICILE À EXPLICITER	18
BIEN PEU DE THÉORIES SUR L’ENSEIGNEMENT	22
<i>Difficulté n°1 : des méthodes d’enseignement particulières sont efficaces pour des apprentissages particuliers.....</i>	<i>24</i>
<i>Difficulté n°2 : l’enseignement est un système de caractéristiques en interaction</i>	<i>25</i>
<i>Difficulté n°3 : l’influence de facteurs médiateurs.....</i>	<i>28</i>
DIFFICULTÉS MÉTHODOLOGIQUES POUR DÉTERMINER L’INFLUENCE DE L’ENSEIGNEMENT SUR L’APPRENTISSAGE	30
<i>Prendre en compte les facteurs appropriés.....</i>	<i>31</i>
<i>Élaborer des mesures appropriées</i>	<i>33</i>
L’ENSEIGNEMENT SOUVENT CONFONDU AVEC LES ENSEIGNANTS.....	37
MALGRÉ CES DIFFICULTÉS, DES PROPOSITIONS ÉMERGENT	41
 L’OPPORTUNITÉ D’APPRENDRE : ENCORE ET TOUJOURS LA CONDITION CLÉ QUI REND LES APPRENTISSAGES POSSIBLES	 46
 LA MAITRISE DES PROCÉDURES ET LA COMPRÉHENSION DES CONCEPTS	 50
DEVENIR PERFORMANT DANS L’EXÉCUTION DE PROCÉDURES	54
FAVORISER LA COMPRÉHENSION DES CONCEPTS	60
DEUX CARACTÉRISTIQUES CLÉS POUR UN ENSEIGNEMENT QUI FAVORISE LA COMPRÉHENSION DES CONCEPTS.....	61
<i>Caractéristique n°1 : les enseignants et leurs élèves doivent se préoccuper explicitement de concepts</i>	<i>62</i>
<i>Caractéristique n°2 : les élèves doivent se confronter à des sujets mathématiques complexes.....</i>	<i>71</i>

UN ENSEIGNEMENT QUI FAVORISE LA COMPRÉHENSION DES CONCEPTS FAVORISE AUSSI LA MAÎTRISE DES PROCÉDURES.....	83
EN RÉSUMÉ	86
LES CARACTÉRISTIQUES FAVORISANT LE DÉVELOPPEMENT CONCEPTUEL ABSENTES DE L'ENSEIGNEMENT AUX USA	88
IDÉES DIRECTRICES POUR DE FUTURES RECHERCHES SUR LES LIENS ENTRE ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE	94
EXPLICITER LES TYPES D'APPRENTISSAGES ATTENDUS.....	94
CONSTRUIRE DES THÉORIES UTILES POUR LA RECHERCHE	96
DES ATTENTES RÉALISTES SUR CE QUE PEUT APPORTER LA RECHERCHE	98
AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES DIFFÉRENTES MÉTHODES DE RECHERCHES	102
<i>Comparer différentes méthodes d'enseignement.....</i>	<i>103</i>
<i>Corrélations entre enseignement et apprentissage.....</i>	<i>107</i>
<i>Études qualitatives de petite taille et études quantitatives de grande ampleur</i>	<i>110</i>
EN CONCLUSION	116
RÉFÉRENCES.....	124
ANNEXES.....	144

La façon d’enseigner est cruciale ... mais préciser de quelle manière est tout sauf évident

Nous débuterons par la remarque suivante : la qualité de l’enseignement des mathématiques à l’école affecte significativement la qualité et le niveau d’apprentissage des élèves. Une telle affirmation semble triviale. Tout le monde se souvient d’un ou deux professeurs particulièrement efficaces. Il est certain que la manière d’enseigner fait une différence. Des données collectées méthodiquement confortent la plupart de ces expériences personnelles et montrent que des professeurs différents entraînent des gains de performances de niveaux différents chez les élèves (Nye, Konstantopoulos et Hedges, 2004 ; Sanders et Rivers, 1996 ; Sanders, Saxton et Horn, 1997). En fait, l’effet cumulatif sur les élèves de l’exposition plusieurs années durant à des enseignants performants, est substantiel. Avoir eu de bons professeurs fait vraiment la différence.

Mais qu’est-ce qui rend les professeurs de mathématiques efficaces ? Cette question n’a pas de réponse évidente ni simple. Elle ne se trouve pas dans les comptes rendus des recherches sur l’efficacité des professeurs cités ci-dessus. Beaucoup de raisons peuvent expliquer pourquoi certains des professeurs évalués lors de ces études sont plus efficaces que d’autres. Les classes sont le lieu d’interactions dynamiques complexes, et beaucoup de facteurs peuvent favoriser l’apprentissage des élèves. Nous ne traitons pas ici de l’un de ces sujets pédants où des chercheurs coupent des cheveux en quatre pour, à la fin, montrer tout simplement ce que tout le monde sait déjà. C’est véritablement une question centrale et

il est difficile d'y répondre. Qu'est-ce qui, précisément, dans la manière d'enseigner, influence les apprentissages des élèves ? Si le commun des mortels a souvent une réponse toute prête basée sur le souvenir de ses professeurs préférés, déterminer les caractéristiques particulières d'un enseignement qui sont effectivement efficaces pour les apprentissages des élèves a été l'un des grands défis de la recherche dans le domaine de l'éducation.

Notre objectif ici est de saisir à bras le corps cette question de l'enseignement efficace. Pourquoi est-il si difficile de l'analyser ? Qu'est-ce qu'on en sait vraiment ? Et comment la communauté éducative dans le domaine des mathématiques peut-elle en apprendre plus ? Nous examinerons d'abord les raisons pour lesquelles il a été si difficile d'établir des liens robustes entre la manière d'enseigner et l'apprentissage, puis nous présenterons quelques propositions concernant des caractéristiques de l'enseignement fondées sur une littérature abondante et de qualité, de façon, nous l'espérons, à être utile, et finalement nous mettrons en évidence un ensemble d'objectifs et de stratégies dans le but de guider les futurs travaux urgents dans ce domaine de recherche central. Nous pensons que nos propositions concernant les liens entre l'enseignement des mathématiques et leur apprentissage sont solidement fondées, mais nous ne présentons pas ici une revue exhaustive de la littérature qui les étayerait. Nous développerons plutôt des arguments pour appuyer nos propositions en sélectionnant quelques études exemplaires, et nous invitons le lecteur intéressé à se référer à des revues de la littérature de plus grande ampleur.

Avant de considérer certaines des difficultés auxquelles les

chercheurs qui analysent les effets de l'enseignement font face, nous avons besoin de définir ce que nous appelons *l'enseignement*. Des définitions simples sont de bons points de départ. Thorndike (1906) définit *l'enseignement* comme l'ensemble des méthodes utilisées pour aider les élèves à atteindre des objectifs d'apprentissage valorisés par la société. Gage (1978) définit *l'enseignement* comme "n'importe quelle activité de la part d'une personne qui souhaite faciliter l'apprentissage d'une autre personne" (p.14). Ces définitions sont incomplètes car, bien qu'elles contiennent beaucoup de ce que nous comprenons comme étant *l'enseignement*, elles considèrent l'enseignement comme une relation à sens unique : les professeurs agissent sur les élèves. En réalité, l'acte d'enseigner est influencé par les élèves ce qui lui confère une dimension bidirectionnelle. Cohen, Raudenbush et Ball (2003) ont souligné cette caractéristique et écrit que "l'instruction consiste en un ensemble d'interactions entre enseignants et élèves autour d'un contenu" (p. 122). Si nous utilisons la définition de Cohen et y ajoutons la volonté d'atteindre un objectif tel que mentionné dans la définition de Thorndike en restreignant l'environnement à celui des classes d'école, nous avons une définition de travail qui fixe les limites de cet exposé : l'acte d'enseigner est un ensemble d'interactions, dans une classe, entre un enseignant et des élèves autour d'un contenu avec comme finalité de faciliter l'acquisition par les élèves de certaines compétences.

Pourquoi a-t-il été si difficile d'identifier les caractéristiques d'un enseignement, tel que défini ici, qui produisent des effets favorables conséquents et cohérents sur les apprentissages des élèves ? Examiner cette question

permet de dessiner le contexte dans lequel nous faisons nos propositions concernant les liens entre l'enseignement des mathématiques et les apprentissages, contexte qui est aussi celui dans lequel nous proposons des stratégies pour faire progresser ce domaine central qu'est la recherche sur l'enseignement des mathématiques. Les questions qui se posent quand cette difficulté à relier enseignement et apprentissage est interrogée ne sont pas spécifiques aux mathématiques, et comme elles ont aussi été traitées dans d'autres domaines, notre champ d'examen concernera également ces domaines comme, bien sûr, le domaine plus spécifique des mathématiques.

Une affirmation triviale bien difficile à expliciter

Malgré plus d'un siècle de travaux sur la définition de ce qu'est un enseignement efficace, nous restons encore à la recherche de recommandations concernant des méthodes d'enseignement à l'efficacité démontrée, et dignes de confiance. Et pourtant, on ne peut pas dire que des recommandations n'aient pas été proposées. Les publications traitant de l'éducation regorgent de suggestions, de recommandations et autres descriptions de méthodes d'enseignement qui promettent une réussite garantie. Pestalozzi, grand éducateur du passé, a déclaré avoir découvert "la méthode ultime pour une instruction efficace" au début des années 1800 (Reusser, 2001, p.1). La lecture approfondie d'analyses plus récentes montre que si l'optimisme de Pestalozzi reste vivace, il n'est tout de même pas si répandu que cela.

Les revues de la littérature sur l'enseignement et l'apprentissage montrent des différences d'opinion considérables en ce qui concerne la détermination des méthodes d'enseignement efficaces bien sûr, mais aussi en ce qui concerne l'existence même d'une méthode qui serait particulièrement efficace. Certains chercheurs dressent le portrait d'un sujet dans lequel des progrès conséquents ont été faits, et font des liens entre enseignement et apprentissage ; d'autres chercheurs restent beaucoup plus sceptiques. Dans la troisième édition du *Handbook of Research on Teaching*, deux chapitres font le point, avec beaucoup d'optimisme, sur les connexions entre certaines caractéristiques particulières de l'enseignement et les apprentissages des élèves (Brophy et Good, 1986 ; Rosenshine et Stevens, 1986). Plus récemment, Brophy (1999) renforce cet optimisme en identifiant 12 principes pour un enseignement efficace basés sur l'analyse de nombreuses études.

Au contraire, Romberg et Carpenter (1986) assurent que la recherche sur l'enseignement et la recherche sur l'apprentissage constituent deux champs de recherche distincts dans le domaine de l'enseignement des mathématiques, avec peu de tentatives pour connecter enseignement et apprentissage. Et, qu'en conséquence, il y a peu à dire à propos de liens spécifiques entre ces deux éléments. La vision moins optimiste de Romberg et Carpenter est exposée dans la même édition du *Handbook* qui contient les propositions positives de Brophy et Good (1986) et celles de Rosenshine et Stevens (1986).

Des observations faisant état de l'absence de connexions

démontrées entre enseignement et apprentissage peuvent être retrouvées déjà au milieu du siècle précédent. Un rapport publié par l'American Educational Research Association Committee on the Criteria of Teacher Effectiveness (comité sur les critères d'efficacité du professeur de l'association américaine de recherche sur l'éducation) conclue ainsi :

Après 40 années de recherche sur l'efficacité des enseignants durant lesquelles un grand nombre d'études ont été menées, la seule conclusion qui puisse être faite est qu'il y a bien peu de recommandations qu'un superintendant d'école puisse utiliser de façon certaine pour embaucher un professeur ou définir le montant de son salaire, qu'une agence gouvernementale puisse appliquer pour certifier un professeur, ou qu'une université puisse adopter pour préparer et améliorer les programmes de formation des professeurs (Barr et al., 1952, cité dans Duffy, 1981, p. 113)

Vingt ans plus tard, les efforts entrepris pour relier des caractéristiques particulières de l'enseignement aux apprentissages des élèves semblent toujours aussi peu concluants (Berliner, 1976 ; Heath et Nielson, 1974).

Et malgré l'attention soutenue portée par les chercheurs sur les effets de l'enseignement en classe sur l'apprentissage depuis ces premières études, ces derniers ne sont pas tous convaincus avoir trouvé quelque chose de concluant (Shuell, 1996). En opposition à l'optimisme de Brophy (1999), les deux chapitres qui ont comme sujet explicite l'effet de l'enseignement sur l'apprentissage et qui ont été publiés dans la plus récente édition du *Handbook of Research on Teaching*, sont décidément bien circonspect vis-à-vis des déclarations

faisant état de liens entre enseignement et apprentissage (Floden, 2001 ; Oser et Baeriswyl, 2001).

L'incertitude qui prévaut parmi les chercheurs concernant la détermination des effets de l'enseignement sur l'apprentissage peut s'expliquer par les défis auxquels ces chercheurs engagés dans un tel travail sont confrontés et la façon dont ils relèvent (ou non) ces défis. Mais avant d'examiner ces derniers, nous devons souligner que les incertitudes dans ce domaine de la recherche ont un coût. Et parmi eux, il faut citer la perception que les décideurs politiques américains ont d'une recherche qui ne semble pas produire les informations attendues au sujet des pratiques à l'intérieur des classes d'école :

L'éducation ne repose pas vraiment sur des preuves, que ce soit sur la façon de former les enseignants, le choix d'un curriculum à mettre en place ou la préconisation d'une méthode d'enseignement. Les décisions sont prises en se basant sur la bonne volonté des professionnels ou sur l'esprit du moment plutôt que sur la recherche (Grover Whitehurst, U.S. Assistant Secretary of Education, cité par J. Traub dans le New York Times, Nov. 10, 2002).

Les pressions vont croissant pour que des méthodes d'enseignement des mathématiques efficaces et éprouvées soient définies. Ainsi, le sujet principal de ce texte n'est pas uniquement fondamental du point de vue de la recherche, mais il est aussi important d'un point de vue politique.

La première étape pour aller de l'avant et déterminer les connexions entre enseignement et apprentissage est de

comprendre pourquoi il est si difficile de le faire. Dans les chapitres suivants, nous soulignons un certain nombre des difficultés auxquelles les chercheurs qui souhaitent faire le lien entre enseignement et apprentissage font face. Ce ne sont pas des excuses ; ce sont des obstacles importants qui doivent être surmontés. En fait, après avoir étudiés ces défis, nous espérons que les lecteurs passeront de la question "pourquoi est-il si difficile de connecter enseignement et apprentissage ?", à la question "est-il seulement possible d'établir des connexions solides entre certaines particularités ou méthodes d'enseignement et les apprentissages des élèves ?".

Anticipant ce découragement, nous poursuivrons alors en développant plusieurs propositions concernant des caractéristiques de l'enseignement qui influent sur les apprentissages, propositions qui, nous le pensons, sont basées sur un ensemble de preuves empiriques, et ce malgré les défis précédemment évoqués.

Bien peu de théories sur l'enseignement

Dans n'importe quel domaine scientifique, faire des progrès s'avère difficile en l'absence de théories explicites. En fait, certains chercheurs diraient même qu'un domaine n'est scientifique que dans la mesure où la recherche empirique est guidée par une théorie (National Research Council, 2002). Les théories sont utiles car elles guident l'attention des chercheurs vers des relations particulières entre les phénomènes étudiés, leur donnent un sens, interrogent l'importance relative des questions posées par la recherche,

et placent les résultats d'études ponctuelles dans un plus large contexte. Les théories suggèrent où porter le regard quand de nouvelles questions sont formulées et fournissent un cadre organisé, ou encore une ligne de base, à l'intérieur duquel des ensembles de résultats particuliers sont accumulés et organisés. Karmiloff-Smith et Inhelder (1974) ont intitulé l'un de leur article de façon provocante "If You Want to Get Ahead, Get a Theory" (" Si vous voulez aller de l'avant, échafaudez une théorie "). Ils décrivaient les efforts faits par des enfants pour développer leur compréhension de phénomènes physiques, mais l'analogie vaut bien pour des chercheurs qui progressent dans leur compréhension des connexions entre enseignement et apprentissage.

Il n'existe pas, pour l'instant, de théories pertinentes et robustes sur l'enseignement en classe. Et les théories qui considèrent les connexions entre l'enseignement en classe et l'apprentissage des élèves sont encore moins développées (Floden, 2001 ; Oser et Baeriswyl, 2001). Dans le domaine des mathématiques, les théories concernant l'apprentissage sont plus clairement articulées que les théories concernant l'enseignement. Et même si les théories sur l'apprentissage donnent quelques indications pour la recherche sur l'enseignement, elles ne sont pas transposables directement en théories pour l'enseignement et ne peuvent pas être utilisées telles quelles pour stimuler ou coordonner l'agenda de la recherche concernant les effets de l'enseignement sur l'apprentissage. Des éléments ou caractéristiques d'un enseignement susceptibles de jouer un rôle déterminant dans certaines théories opérationnelles ont été identifiés, et des esquisses de théories sur l'enseignement des mathématiques ont été proposées (Brousseau, 1997 ; Freudenthal, 1973 ;

Gravemeijer, 1994 ; Leinhardt et Greeno, 1986 ; National Research Council, 2001 ; Schoenfeld, 1998 ; Simon, Tzur, Heinz et Kinzel, 2004). Ces efforts signalent d'importants progrès. Mais des théories décrivant l'organisation de certains composants clés de l'enseignement qui s'ajustent pour former un système interactif et dynamique avec comme finalité d'aboutir à des apprentissages particuliers, n'ont pas été suffisamment développées pour guider les efforts de la recherche et permettre la poursuite de son développement dans le temps.

Sans théories cadres, les chercheurs s'efforcent de trouver leur chemin dans des eaux bien noires. Les études qui ont comme sujet les relations enseignement–apprentissage sont souvent menées parce qu'elles entrent en résonance avec les intérêts personnels des chercheurs. Et quand les chercheurs s'intéressent à des questions spécifiques et utilisent des mesures particulières pour l'enseignement et pour l'apprentissage, leurs résultats restent le plus souvent isolés les uns des autres. Les données ne s'articulent pas facilement pour révéler des schémas et des principes généraux. Pour surmonter ces obstacles et aller de l'avant, les chercheurs ont besoin de construire des théories opérationnelles et ceux qui cherchent à élaborer des théories font face à au moins trois difficultés conceptuelles majeurs.

Difficulté n°1 : des méthodes d'enseignement particulières sont efficaces pour des apprentissages particuliers

Les résultats empiriques et les arguments théoriques ne permettent pas de penser qu'une méthode unique d'enseignement soit la plus efficace pour atteindre tous les

types d'apprentissages. Peut-être que certaines méthodes d'enseignement sont plus efficaces, par exemple, pour mémoriser des faits numériques alors que d'autres méthodes d'enseignement sont plus efficaces pour favoriser la compréhension des concepts profonds et encore d'autres méthodes plus efficaces pour maîtriser l'exécution de procédures complexes avec régularité. De plus, certaines méthodes d'enseignement pourraient être particulièrement efficaces pour permettre des gains de performance à court-terme, alors que d'autres seraient plus efficaces pour mémoriser et renforcer des compétences à plus long terme. Et parce que plusieurs objectifs peuvent être inclus à l'intérieur d'une même et seule séquence de cours, ce qui est encore plus vrai dans une unité de cours comportant plusieurs séquences, la meilleure façon d'enseigner, ou la façon d'enseigner le plus efficacement possible, pourrait bien être une combinaison de plusieurs méthodes, avec, au cours du temps, de subtils passages de l'une à l'autre.

Reconnaitre que des méthodes d'enseignement spécifiques peuvent être efficaces pour des types d'apprentissages particuliers, a comme conséquence de diminuer l'intérêt des études empiriques comparant une méthode à une autre quand elles utilisent pour mesurer les compétences des outils mal ajustés, car elles sont alors très difficiles à interpréter. Pour quel type d'apprentissage les méthodes d'enseignement étudiées sont-elles censées être efficaces ?

Difficulté n°2 : l'enseignement est un système de caractéristiques en interaction

Une méthode d'enseignement est constituée de multiples caractéristiques qui interagissent les unes avec les autres en d'innombrables manières (Cohen et al., 2003 ; Design-Based Research Collective, 2003 ; Stigler et Hiebert, 1999). Les théories sur l'enseignement doivent prendre en compte cette remarque en traitant l'enseignement comme un système de caractéristiques qui interagissent entre elles plutôt que comme un agrégat de caractéristiques indépendantes et interchangeables. Cela veut dire que les influences de ces caractéristiques d'un enseignement sur les apprentissages des élèves ne peuvent être mesurées indépendamment du système dans lequel elles opèrent. Les effets sur l'apprentissage d'un élève d'une caractéristique particulière sont dépendants des interactions que cette caractéristique entretient avec les autres caractéristiques du système.

Deux exemples simples illustrent la nature systémique de l'enseignement. L'analyse vidéo de la troisième étude TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) a permis de constater la différence surprenante qui existe entre l'enseignement des mathématiques dispensé aux élèves de 4^{ème} aux États-Unis et celui dispensé au Japon à ce même niveau d'étude. Au Japon, les leçons ont en général comme objectif de mettre les élèves dans la situation de résoudre des problèmes complexes alors qu'aux États-Unis, les leçons font la part belle aux pratiques d'un niveau de maîtrise moins élevé (Stigler et Hiebert, 1999). Des observations de séances d'enseignement montrent que les enseignants Japonais posent plus de questions d'ordre supérieur que les enseignants américains, mais un regard plus attentif montre que la différence essentielle réside dans le *type* de questions d'ordre supérieur, et le *moment* où ces questions sont posées

(Kawanaka et Stigler, 1999). La plupart des questions d'ordre supérieur posées par les enseignants japonais concernent les solutions proposées par des élèves pour résoudre des problèmes, alors que les questions d'ordre supérieur posées par les enseignants américains concernent plutôt les méthodes qu'eux-mêmes avaient employées. L'enseignement japonais n'est pas seulement différent par la quantité même de ces questions d'ordre supérieur, mais aussi par la manière dont ces questions s'intègrent au système d'enseignement, et le renforcent.

Un second exemple de la nature systémique de l'enseignement nous vient de recherches sur une caractéristique de l'enseignement souvent associé à une recommandation récurrente – demander aux élèves de travailler en petits groupes. Clairement, que de petits groupes fonctionnent de manière productive pour aider les élèves à atteindre des objectifs d'apprentissages dépend de nombreux facteurs environnants, incluant la capacité et la compétence acquise par les élèves à travailler de façon collaborative, comme du type de tâches qui leur sont proposées (Good, Mulryan et McCaslin, 1992 ; Webb, 1991 ; Webb, Troper et Fall, 1995). Lors de l'analyse d'enregistrements vidéo de leçons issus de l'étude TIMSS, le premier auteur de ce texte observa une séquence dans laquelle un enseignant demandait à des élèves de 4^{ème} de travailler en petits groupes dans le but de répondre collectivement à la question "Quel est le nom que porte une figure à 12 côtés ?". Les élèves s'interrogèrent les uns et les autres rapidement pour savoir si quelqu'un connaissait la réponse, puis passèrent le reste du temps à discuter de sujets sans aucun rapport avec les mathématiques. Cette tâche ne menait pas d'elle-même à

une investigation collective. L'effet que peut avoir le travail en petits groupes est charpenté par le système dont il fait partie.

Une conséquence de la nature systémique de l'enseignement est que l'effet sur l'apprentissage des élèves de caractéristiques isolées de l'enseignement, comme poser des questions d'ordre supérieur ou mettre en place un travail en petits groupes, est difficile à déterminer. Ce sont des systèmes d'enseignement, et non des caractéristiques isolées d'enseignement, qui affectent les apprentissages des élèves. Cela ne veut pas dire que toutes les caractéristiques à l'intérieur d'un système ont des effets équivalents sur l'apprentissage des élèves. Certaines caractéristiques, ou certaines combinaisons de caractéristiques, peuvent avoir un effet plus important que les autres caractéristiques du système. Mais l'effet de chaque caractéristique particulière est influencé par des caractéristiques liées et interactives. Les théories d'enseignement doivent prendre en compte cette complexité fondamentale.

Difficulté n°3 : l'influence de facteurs médiateurs

Les effets de l'enseignement sur l'apprentissage sont complexes, non seulement parce que les caractéristiques de l'enseignement interagissent entre elles, mais aussi parce que d'autres facteurs modulent les effets de ce système. Dans une analyse devenue aujourd'hui un classique, Wittrock (1986) postule que l'enseignement n'affecte pas directement les apprentissages. Selon lui, les effets de l'enseignement sont modelés par l'intellect des élèves – leur attention durant l'instruction, leur interprétation de ce que l'enseignant leur présente et du travail qui leur est proposé, leurs

connaissances et compétences de départ, etc. Wittrock n'était pas le premier à commenter le rôle important que l'élève joue dans la détermination des effets de l'enseignement sur l'apprentissage (Berliner, 1976 ; Doyle, 1978 ; Winne et Marx, 1980). Berliner (1976) par exemple cite "le temps-à-la-tâche de l'élève" comme un facteur qui module la connexion entre un enseignement et un apprentissage. Plus récemment, Weinert, Schrader et Helmke (1989) font une proposition encore plus forte en postulant que, quand on souhaite analyser la relation entre enseignement et apprentissage, "l'activité et l'orientation cognitive de l'apprenant est aussi importante que les activités et le comportement de l'enseignant" (p.899).

Les facteurs liés à l'intellect des élèves ne sont pas les seuls à moduler les effets d'un enseignement sur un apprentissage. De nombreux facteurs contextuels influencent sans aucun doute la nature et le niveau de l'apprentissage de l'élève (Berliner, 1976 ; Dunkin et Biddle, 1974). Cela inclue des facteurs qui agissent à l'intérieur comme à l'extérieur de la salle de cours – le nombre d'élèves, la durée des journées de classe, le soutien à la maison pour les devoirs, etc.

Certains de ces facteurs qui modulent les effets de l'enseignement sur l'apprentissage exercent une influence sur cette relation plus importante que simplement rediriger ou modérer l'impact de l'enseignement sur l'apprentissage. Ces facteurs peuvent inverser le flux causal de façon à changer la nature même de l'enseignement. Par exemple, les élèves peuvent maintenir à distance et altérer l'approche intentionnelle de l'enseignement de manière plus ou moins subtile (Cohen et al., 2003 ; Cooney, 1985). C'est pour cela

que nous avons ajusté la définition de l'enseignement de Thorndike et Cage décrite plus haut, en proposant une interaction à double sens plutôt que simplement à sens unique, entre l'enseignant et l'élève.

Développer des théories sur l'enseignement et, en particulier, des théories qui connectent enseignement et apprentissage, représente toujours clairement un défi. Le manque de théories robustes et largement acceptées n'est pas surprenant. Bien que le développement de telles théories rendrait possible une recherche de base plus efficace et féconde, les chercheurs ne seraient pas avisés d'attendre que de telles théories se développent pour poursuivre leurs études empiriques. Le travail théorique et le travail empirique peuvent se stimuler l'un l'autre. Malheureusement, comme nous le montrons dans le chapitre suivant, conduire des études empiriques sur les connexions entre enseignement et apprentissage est rendu compliqué par d'autres défis qui s'ajoutent à ceux précédemment évoqués. Cependant, comme le lecteur le remarquera, tous ces défis ne sont pas spécifiques à la recherche empirique ; certains sont liés aux défis que nous venons d'identifier et concernent le développement de théories.

Difficultés méthodologiques pour déterminer l'influence de l'enseignement sur l'apprentissage

De nombreuses difficultés méthodologiques rendent la collecte de données fiables dans le but de déterminer les effets de l'enseignement sur les apprentissages bien difficile. En tête de liste, trois difficultés menacent les efforts de la recherche et doivent être prises en compte pour relever le

défi qui consiste à relier enseignement et apprentissage. En reprenant les termes de Cage (1978), la première consiste à définir les variables qu'il convient d'étudier et la seconde à mesurer correctement ces dernières. La troisième difficulté – les différences individuelles entre les élèves– a été relevée sous de nombreuses formes tout au long de l'histoire de la recherche sur l'enseignement et l'apprentissage, et reste un sujet important.

Prendre en compte les facteurs appropriés

De très nombreux facteurs, à l'intérieur et à l'extérieur de l'école, influencent ce que les élèves apprennent et la manière dont ils l'apprennent. En plus de la qualité de l'enseignement, d'autres facteurs sont influents, comme par exemple le soutien à la maison (les soins de santé, les valeurs et ressources d'éducation, et ainsi de suite), la pression des pairs et les relations sociales, la motivation des élèves, le manuel de cours et les évaluations. Pour déterminer les effets de l'enseignement au milieu de toutes ces forces en compétition, les chercheurs ont besoin de tenir compte de toutes ces forces, d'une manière ou d'une autre. Dans l'idéal, les chercheurs devraient conduire des études dans lesquelles toutes ces forces sont réparties de façon uniforme dans les groupes de l'étude, ou au moins distribués aléatoirement dans tous ces groupes. Les contraintes liées à la nature même de l'école rendent la répartition aléatoire des élèves dans un groupe traitement pour une période suffisamment longue souvent impossible. C'est la raison pour laquelle les résultats des études peuvent être sujets à des interprétations différentes. De nombreux facteurs autres que les méthodes d'enseignement ou en combinaison avec eux, peuvent influencer

sur les apprentissages observés.

Si les chercheurs sont capables de mener des études avec distribution aléatoire des élèves dans les classes où sont expérimentées certaines méthodes d'enseignement, un problème demeure concernant la mise en œuvre uniforme de la même méthode d'enseignement dans plusieurs classes. Comme nous l'avons noté, l'enseignement interagit avec les élèves (ainsi qu'avec d'autres variables contextuelles, comme l'expérience de l'enseignant et son expertise) et est susceptible de changer d'une classe à l'autre. Il peut être difficile de savoir si les caractéristiques cruciales d'un enseignement sont appliquées de la même manière à travers tous les sites. Limiter le modèle de recherche à une seule classe ou à un seul enseignant ne résout pas le problème car cela laisse à des répliques ultérieures la question de savoir si les résultats peuvent être appliqués à d'autres classes et à d'autres enseignants.

Un dernier sujet épineux concerne l'évaluation des bénéfices relatifs des caractéristiques particulières d'un enseignement. Comme indiqué plus haut, l'enseignement est un système d'éléments en interaction. Isoler des caractéristiques particulières de ce système est difficile et peut même conduire à déformer les effets des enseignements comparés. Par exemple, considérons la question de savoir si la manipulation concrète de matériel favorise l'apprentissage des élèves. En premier lieu, il va falloir déterminer comment évaluer les apprentissages des élèves. Ce qui, en soi, est un défi, car plusieurs types d'apprentissage peuvent être possibles avec des manipulations de matériels, qui ne sont pas possible sans ce matériel. Supposons que cette question soit

résolue et que deux traitements aient été modélisés, l'un avec matériel, et l'autre sans matériel. Les traitements doivent-ils présenter les mêmes caractéristiques à la seule exception de l'utilisation de matériel ? Ou bien deux traitements différents doivent-ils être modélisés – l'un fournissant l'approche la plus efficace possible avec le matériel et l'autre sans ? Le premier choix amène à des traitements un peu tirés par les cheveux, parce que, dans des conditions normales, il est improbable que des méthodes d'enseignements soient rigoureusement identiques à l'exception de l'utilisation du matériel. Le second choix risque de conduire à des résultats difficiles à interpréter – les différences entre les groupes de traitements pouvant être dues à l'utilisation de matériel ou bien à d'autres différences dans les traitements, conséquences de la modification d'autres caractéristiques des systèmes d'enseignement.

Prendre en compte tous les facteurs lors de la modélisation des études ou au moment de l'interprétation des résultats concernant les relations entre enseignement et apprentissage, est un sérieux défi méthodologique. Comme nous le proposerons plus loin, cela ne veut pas dire que des recherches planifiées et comparatives ne sont pas possible, mais cela veut dire que vouloir isoler des facteurs à l'intérieur d'un système d'enseignement est irréaliste.

Élaborer des mesures appropriées

Développer des outils qui permettent de mesurer les apprentissages des élèves mais aussi des outils qui permettent de décrire l'enseignement mis en œuvre dans une classe, outils qui doivent être fiables *et* justes, est un défi

méthodologique permanent (Ball et Rowan, 2004 ; Berliner, 1976), en particulier quand ces outils doivent être utilisés sur de grands échantillons (Hamilton et al., 2003 ; Rowan, Correnti et Miller, 2002). Décrire l'enseignement est, à plusieurs titres, plus compliqué que mesurer l'apprentissage des élèves. Ceci est dû pour une part à la complexité déroutante de l'enseignement et, pour une autre part, à la relative indifférence dont ce sujet a fait l'objet.

Quand on souhaite décrire un enseignement se déroulant dans une classe, il faut savoir quoi mesurer et comment le mesurer. Savoir quoi mesurer est une question liée étroitement à notre discussion précédente sur le développement de théories qui aiguillent les chercheurs vers des caractéristiques importantes de l'enseignement et la prise en compte des facteurs appropriés constituant le système d'enseignement. Ici, c'est la réponse à la question "comment décrire l'enseignement ?" qui nous intéresse, une fois que la question "quels facteurs ou caractéristiques analyser ?" a trouvé une réponse.

Pour décrire les méthodes d'enseignement, deux méthodes ont le plus souvent été utilisées : les observations de séances de cours en classe (Dunkin et Biddle, 1974) et les enquêtes par questionnaires (Rowan et al., 2002). Les deux méthodes souffrent de limitations qui doivent être prises en compte lors de la modélisation des études sur l'enseignement. Les observations en classe peuvent être influencées par des biais dus aux observateurs. Établir et maintenir la fiabilité d'observations menées par plusieurs personnes et portant sur des caractéristiques subtiles mais potentiellement influentes, est difficile. Les protocoles

d'observations peuvent être préparés à l'avance pour réduire les biais liés aux interprétations multiples effectuées par des observateurs différents, mais cela impose de décider à l'avance quoi observer. Déterminer précisément l'objet d'une observation implique avoir une théorie (ou au moins des hypothèses) sur les relations entre enseignement et apprentissage. Les questionnaires remplis par des enseignants présentent de plus sérieux défauts encore, en particulier quand ils sont administrés à une seule occasion et qu'ils demandent aux enseignants de décrire leurs approches de l'enseignement et leur propre investissement (Hiebert et Stigler, 2000 ; Malara et Zan, 2002 ; Mayer, 1999 ; Wubbels, Brekelmans et Hooymayers, 1992). Les enseignants ont tendance à rapporter les caractéristiques de leur enseignement qu'ils pensent être attendues. En d'autres termes, les enquêtes auto-administrées peuvent donner des informations sur la façon dont les enseignants pensent devoir enseigner, mais ces rapports ne sont pas fiables quand il s'agit de décrire les pratiques d'enseignement effectives.

D'autres outils permettant de décrire les manières d'enseigner sont en cours de développement. Les vidéos fournissent de nombreux avantages sur les observations et les questionnaires (Stigler, Gallimore, et Hiebert, 2000), à la fois en termes de fiabilité et de justesse. De plus, cela permet à l'enseignement d'être analysé par différents chercheurs en utilisant plusieurs approches sur une longue période de temps, et permet de faire des découvertes inattendues. Quand les chercheurs peuvent se permettre de collecter et d'analyser des vidéos de séances de cours, cela offre de multiples avantages méthodologiques. Il existe d'autres solutions, moins onéreuses, qui peuvent être utilisées de

façon routinière à une large échelle, comme la passation de questionnaires modélisés et soigneusement ciblés (Ross, McDougall, Hogaboam–Gray, et LeSage, 2003 ; Rowan et al., 2002), des combinaisons de mesures incluant des questionnaires et des études de cas (Stecher et Borko, 2002), l’analyse d’informations fournies par les enseignants comme leurs notes sous la forme de journaux de bord (Porter, Floden, Freeman, Schmidt, et Schwille, 1988 ; Rowan, Harrison, et Hayes, 2004), les supports utilisés en classes et l’utilisation que font les enseignants du matériel d’instruction et des méthodes d’enseignement, les activités mises en œuvre en classe et les travaux d’élèves (Borko, Stecher, Alonzo, Moncure et McClam, 2003). La plupart de ces outils sont actuellement en cours de développement et en phase de test, il est donc trop tôt pour évaluer leur efficacité.

Une des questions méthodologiques qui concerne aussi bien la définition de l’objet que l’on souhaite évaluer (quoi évaluer) et la manière dont on va l’évaluer (comment évaluer), est la définition de l’unité d’analyse. Qu’est-ce qui constitue une unité d’enseignement pleine de sens ? Une grande part de la recherche qui s’intéresse aux connexions entre des caractéristiques spécifiques de l’enseignement et les résultats des élèves, et qui souvent se réfère à une recherche de type process–product (Dunkin et Biddle, 1974), utilise des unités relativement courtes ou locales, comme par exemple le type de questions qu’un enseignant pose ou bien le temps passé sur chaque tâche d’instruction. Nous pensons que l’enseignement doit être appréhendé comme un système de caractéristiques en interaction, et c’est pourquoi nous proposons d’utiliser des unités plus larges, qui préservent les interactions potentiellement importantes. La typique leçon du

jour est l'une de ces unités (Stigler et Hiebert, 1999). La leçon du jour a l'avantage d'être suffisamment conséquente pour inclure des interactions clés entre les caractéristiques de l'enseignement et suffisamment courte pour être minutieusement analysée. Un désavantage de l'utilisation de la leçon du jour comme unité est que la durée nécessaire à l'apprentissage par les élèves d'une notion dépasse souvent la durée d'une seule leçon. Des séquences de plusieurs leçons permettant le traitement complet de concepts ou de sujets particuliers constituent d'autres unités d'enseignement possibles, mais elles peuvent être trop longues pour être digérées et analysées en détail.

On voit par-là que ces choix doivent être soigneusement pesés.

L'enseignement souvent confondu avec les enseignants

Pour conclure cette discussion qui interroge les difficultés rencontrées quand on cherche à préciser l'évidente et retentissante affirmation "l'enseignement influence l'apprentissage", nous terminerons par une question conceptuelle. Les questions posées sur la manière dont l'enseignement affecte les apprentissages sont souvent confondues avec des questions posées sur la manière dont les enseignants influencent les apprentissages. Certains pourraient voir cette distinction comme de faible importance, voire même pédante, comparée aux défis théoriques et méthodologiques évoqués dans les chapitres précédents. Nous pensons que la confusion entre enseignement et enseignant n'est pas un détail, car elle peut contrecarrer les efforts théoriques et méthodologiques déployés pour

déterminer clairement les connexions entre enseignement et apprentissage. Si les différences entre enseignant et enseignement ne sont pas clarifiées, les résultats obtenus par les recherches seront mal interprétés et mal compris.

Nous le répétons, nous nous intéressons ici à l'*enseignement* – l'ensemble des interactions au sein d'une classe entre enseignants et élèves autour de contenus qui ont comme objectifs de favoriser certains apprentissages chez les élèves. Et ce n'est pas la même chose que les *enseignants* – leurs croyances, leurs connaissances du sujet, leur expérience, leur personnalité, etc. Les caractéristiques des enseignants influencent certainement leur enseignement, mais ces caractéristiques *ne déterminent pas* leur enseignement. Des enseignants avec des caractéristiques différentes peuvent enseigner pour l'essentiel de la même manière, et vice-versa. Il ne fait aucun doute que c'est la raison majeure qui explique l'absence de liens entre la personnalité et les caractéristiques d'arrière-plan des enseignants d'une part, et la réussite des élèves d'autre part (Dunkin et Biddle, 1974).

Nous avons choisi de nous intéresser à l'enseignement dans ce chapitre, avec une définition précise et circonscrite, pas seulement pour rendre notre tâche opérationnelle mais aussi parce que l'enseignement tel que nous l'avons défini est largement sous le contrôle de l'enseignant. Certaines caractéristiques des enseignants, comme leurs traits de personnalité, sont inaltérables, mais la méthode qu'ils utilisent pour enseigner peut changer. Cela ne veut pas dire que changer son enseignement soit facile, mais c'est quelque chose que l'enseignant contrôle. Enseigner, c'est quelque chose qui peut être modifié à certaines conditions (comme de

bénéficiaire de soutien) et qui peut profiter des informations issues de la recherche.

La distinction entre enseignement et enseignant est reconnue par les chercheurs depuis un certain temps, mais disparaît encore trop souvent. Dans leur livre publié en 1974 et devenu aujourd'hui un classique, Dunkin et Biddle reconnaissent cette distinction et donnent aux caractéristiques des enseignants un nom spécial – les variables de *prédiction*. Mais cette distinction n'a pas toujours été faite, peut-être à cause d'une assomption erronée qui est que les caractéristiques des enseignants déterminent, ou déterminent presque, la nature de leur enseignement. La confusion est particulièrement visible, et presque dominante, dans la presse grand public et dans de nombreux documents politiques. La plupart des nouveaux rapports et déclarations politiques, par exemple, qui critiquent l'éducation et appellent à un meilleur enseignement, pointent vers les caractéristiques des enseignants, et non vers les méthodes d'enseignement. Le rapport annuel sur la situation de l'éducation aux États-Unis, financé par Pew Charitable Trust, comporte un chapitre intitulé "la qualité de l'enseignement" qui ne rapporte aucune information sur les méthodes d'enseignement, mais porte uniquement sur les caractéristiques des enseignants telles que les programmes de certification et les années d'expérience (Olson, 1997). Les deux premières phrases du rapport annuel de 2004 signé du secrétaire d'État à l'Éducation, présentent enseignants et enseignement comme étant équivalents et interchangeable et l'amélioration de l'enseignement comme pouvant résulter de modifications portant sur les caractéristiques des enseignants (Paige, 2004). Le document politique *Before It's*

Too Late (Avant qu'il ne soit trop tard), publié par la très médiatisée commission du sénateur John Glenn, inclue 4 points dans son préambule sur l'amélioration de l'enseignement des mathématiques et des sciences au 21^{ème} siècle (National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century, 2000). Le troisième de ces quatre points souligne l'importance de l'enseignement et assure que l'amélioration de l'enseignement est une clé pour favoriser les apprentissages des élèves. Mais, comme dans le rapport Paige, ce point est développé en recommandant d'élever la qualité des enseignants, qualité mesurée par des caractéristiques professionnelles et personnelles, et non en recommandant de relever la qualité des méthodes d'enseignement.

Une des raisons qui explique l'indifférenciation entre enseignants et enseignement tient à l'absence d'une base de connaissance partagée et validée sur le lien entre enseignement et apprentissage. Si le secrétaire Paige ou la Commission présidée par le sénateur Glenn voulaient recommander d'améliorer les méthodes d'enseignement, que diraient-ils ? Peut-être que les discussions sur l'enseignement se déplacent rapidement sur les enseignants parce que nous n'en savons pas assez sur les méthodes d'enseignement qui favorisent des types particuliers d'apprentissage. Dans le même temps, nous pensons qu'ignorer ou gommer la distinction conceptuelle entre enseignant et enseignement limite les progrès dans la construction d'une base de connaissance. La confusion entre enseignants et enseignement contrecarre les efforts de la recherche qui tente de faire le lien entre enseignement et apprentissage.

Malgré ces difficultés, des propositions émergent

Étant donné les difficultés que nous venons de souligner, il peut paraître surprenant que des propositions empiriques faisant le lien entre enseignement et apprentissage puissent tout simplement exister. En effet, malgré ces difficultés, les chercheurs ont pu construire une série d'hypothèses locales pour guider leurs efforts et ont employé de nombreuses méthodes pour mener des recherches sur les connexions entre enseignement et apprentissage. Extraits de cette matrice de travaux théoriques et empiriques, quelques modèles généraux qui relient enseignement et apprentissages peuvent être détectés. C'est un fait important, car cela veut dire qu'il y a suffisamment de données empiriques, et pas seulement des arguments plausibles, pour relier certaines caractéristiques de l'enseignement avec certains types d'apprentissages.

Comme l'objectif de ce texte est de décrire les connexions déterminées empiriquement entre enseignement et apprentissage, nous avons mené une revue de la littérature avec deux principaux critères en tête. Tout d'abord, nous voulions sélectionner des apprentissages significatifs à tous les niveaux de l'enseignement scolaires aux USA et qui sont spécifiques aux mathématiques. Nous ne nous sommes pas intéressés aux méthodes d'enseignement qui favorisent l'apprentissage de compétences très particulières, comme résoudre des équations du second degré ou soustraire des nombres entiers par regroupement. Nous nous sommes plutôt intéressés à des résultats plus généraux, comme

l'efficacité dans l'exécution de procédures, ou l'habilité à résoudre des problèmes ou le développement de la compréhension des concepts. Plus les apprentissages liés à certains enseignements sont généraux, et plus les applications de ces liens mis en lumière seront nombreuses.

Le second critère qui a guidé notre analyse a été la qualité de description des enseignements et des apprentissages : nous n'avons sélectionné que des études décrivant des enseignements menés en classe avec suffisamment de détails, et qui comportaient également une description précise des mesures des apprentissages des élèves, études modélisées dans le but d'examiner les connexions entre la nature de l'enseignement d'une part et ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent d'autre part. Les études qui relèvent correctement au moins quelques-uns des défis conceptuels et méthodologiques évoqués précédemment étaient intéressantes. Notez qu'exiger des études qu'elles décrivent la nature d'un enseignement mené en classe élimine des pans entiers de la recherche sur les apprentissages des élèves. Par exemple, un principe bien établi sur l'apprentissage est que la qualité de l'apprentissage d'un nouvel objet d'étude par un élève dépend de ce que sait déjà cet élève (National Research Council, 1999). Mais peu d'études sur l'enseignement des mathématiques ont examiné ces effets en classe en étudiant d'une façon systématique comment un nouvel enseignement est connecté avec des connaissances ou façons de penser déjà présentes chez les élèves. Bien que ce principe ait d'importantes implications pour l'enseignement des mathématiques, son support empirique ne provient pas pour l'essentiel d'études faites en classe sur l'enseignement et l'apprentissage des

mathématiques. Un autre exemple d'exclusion de publications concerne l'ensemble des études, de plus en plus nombreuses aujourd'hui, sur les effets que peuvent avoir différents curriculums sur les apprentissages des élèves (National Research Council, 2004). En effet, à ce jour, la plupart de ces études n'incluent pas une description détaillée de l'enseignement en classe, et, de ce fait, ne sont pas reprises ici. Le lecteur intéressé trouvera une revue de la littérature sur les effets des différents curriculums sur l'apprentissage des élèves chez Stein, Remillard et Smith (2007).

Dans le chapitre suivant, nous présentons plusieurs modèles qui connectent l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Nous commencerons par identifier la connexion entre enseignement et apprentissage la plus fermement établie, mais aussi la plus générale. Il s'agit de ce qu'on appelle l'"opportunité d'apprendre": les élèves apprennent mieux ce qu'ils ont le plus l'opportunité ou la possibilité d'apprendre. Nous préciserons alors un peu les choses pour nous intéresser à deux types d'apprentissages concernant particulièrement les mathématiques et sources d'une grande attention de la part des chercheurs étudiant l'efficacité de l'enseignement : l'efficacité dans l'exécution des procédures (skill efficiency) et la compréhension des concepts (conceptual understanding). Nous avons identifié les types d'enseignement qui ont été empiriquement associés à ces types d'apprentissage.

Une analyse de la littérature, guidée par la recherche de résultats convergents, nous a permis d'identifier plusieurs modèles. Ces modèles s'appuient, selon nous, sur les résultats expérimentaux les plus solides connus à ce jour. D'autres

modèles émergent mais n'ont pas à ce jour un soutien empirique aussi puissant. Par exemple, des travaux considérables ont comme sujet d'investigation les discussions ou débats menés en classe et leurs effets sur les apprentissages (voir, par exemple, Forman, 2003 ; Lampert et Cobb, 2003), mais à notre avis, les liens mis en lumière expérimentalement entre des types particuliers de discussion et des types particuliers d'apprentissage des élèves ne sont pas aussi solides que les modèles que nous décrivons. Entre parenthèses, nous incluons dans notre revue quelques études qui font état de données sur les débats menés en classe, mais nous interpréterons ces résultats pour proposer un type d'enseignement plus large et qui consiste en un peu plus que juste une façon particulière de mener des discussions en classe.

Notre lecture de la littérature laisse penser que les modèles que nous avons identifiés sont suffisamment documentés pour justifier une action. C'est-à-dire que nous pensons qu'ils peuvent être acceptés avec un niveau de confiance suffisant pour être utilisés et repris par les politiques et l'administration, et influencer les pratiques en classe. En le disant autrement, ces modèles établissent des connexions substantielles entre enseignement et apprentissage, basées sur l'expérimentation, et le secrétaire Paige ou la Commission Glenn sur l'Enseignement pourraient utiliser ces modèles pour formuler des recommandations dans le but d'améliorer l'enseignement. De plus, ces modèles définissent des secteurs fertiles pour de futures recherches. Ils sont des germes possibles pour de modestes théories sur les relations entre enseignement et apprentissage, et ils dessinent un territoire pour des études empiriques

prometteuses.

L'opportunité d'apprendre : encore et toujours la condition clé qui rend les apprentissages possibles

"L'opportunité d'apprendre est largement reconnue comme le facteur décisif associé à la réussite des élèves" (National Research Council, 2001, p. 334). Défini par le National Research Council (2001) comme "l'ensemble des éléments qui amènent les élèves à s'investir pour accomplir des tâches académiques" (p.333), le concept d'opportunité d'apprendre a été proposé depuis déjà un certain temps comme permettant d'expliquer l'hétérogénéité des niveaux de compétences observés chez les élèves (Floden, 2002). Il a été mis en avant pour rendre compte des différences dans les apprentissages en mathématiques à plusieurs occasions, comme par exemple lors de comparaisons internationales. Ainsi Fletcher (1971), dans une seconde analyse des données concernant les résultats en mathématiques de la First International Study of Mathematics Achievement (Husen, 1967), montra que l'opportunité d'apprendre était un concept explicatif clé. Il assure que "poser 'couverture du programme' à travers les pays comme synonyme de 'réussite' est une évidence (p.145)." Le modèle que Carroll propose en 1963 concernant l'apprentissage à l'école et qui considère que la nature des sujets couverts et le temps passé à les étudier sont des facteurs décisifs, a contribué à la popularité de ce concept. De nombreux chercheurs dans le domaine de l'enseignement des mathématiques mais aussi dans d'autres domaines continuent d'inclure l'opportunité d'apprendre dans la courte liste des liens bien documentés entre enseignement et apprentissage (Brophy, 1999 ; Grouws, 2004 ; National Research Council, 2001).

L'opportunité d'apprendre n'est pas uniquement dépendant de l'enseignement ni entièrement sous le contrôle de l'enseignant. Le curriculum que l'enseignant doit appliquer, par exemple, influence certainement l'opportunité d'apprendre des élèves (Stein et al, 2007). Mais l'acte d'enseigner, tel que nous l'avons défini, joue un rôle majeur dans l'établissement de ces opportunités d'apprentissage pour les élèves. L'investissement dont les enseignants font preuve vis-à-vis de certains objectifs d'apprentissage et/ou sujets d'étude, les attentes qu'ils construisent au regard de ces apprentissages, le temps qu'ils allouent à certains sujets, le type de tâche qu'ils proposent, le type de questions qu'ils posent et de réponses qu'ils attendent, la nature des débats qu'ils mènent – tout ceci fait partie de l'enseignement et influence les opportunités que les élèves ont d'apprendre.

L'opportunité d'apprendre est considéré ici comme un concept permettant d'expliquer le lien qu'il y a entre enseignement et apprentissage et pour mieux appréhender ce concept, nous devons le concevoir comme plus nuancé et plus complexe qu'une simple exposition à un sujet ou à un objet d'étude. Dit simplement, les élèves mis en présence d'un objet d'étude ont évidemment une meilleure chance de le comprendre que ceux qui n'y sont pas exposés. Mais l'opportunité d'apprendre signifie quelque chose de plus intéressant et de plus utile. Considérons des élèves de CP exposés à une leçon sur le calcul intégral. Ont-ils l'opportunité d'apprendre le calcul intégral ? Uniquement dans un sens très simpliste. En réalité, les élèves de CP n'ont pas une bonne opportunité d'acquérir cette connaissance car ils ne sont pas suffisamment préparés pour la comprendre ni s'engager dans des tâches et des discussions qui pourraient

soutenir un tel apprentissage. Ils pourraient apprendre quelque chose comme rester assis le temps d'une leçon et écouter tranquillement quelqu'un qu'ils ne comprendront pas. Pourquoi ? Parce que c'est ce que les conditions permettent. Ce n'était pas l'objectif de l'enseignement, mais, dans la réalité, c'est bien ce qu'ils avaient l'opportunité d'apprendre. Donc "opportunité d'apprendre" n'est pas la même chose que "être soumis à un enseignement". L'opportunité d'apprendre doit tenir compte des connaissances initiales des élèves, de l'intensité de leur engagement, de la nature et de l'objectif des tâches comme des activités, etc.

Le concept bien connu de *zone proximale de développement* développé par Vygotsky (1978) permet de définir les principes généraux qui n'ont pas été appliqués dans l'exemple des élèves de CP à qui l'on enseigne le calcul intégral. Cette zone de développement proximal se réfère à l'espace à l'intérieur duquel l'apprentissage peut se réaliser dans de bonnes conditions, étant donné le niveau de connaissance / compétence de l'élève à un moment donné. Elle est déterminée par ce qui est possible, ce qui impose une exposition à un objet d'étude approprié.

L'opportunité d'apprendre peut être un concept puissant qui, si on suit soigneusement les implications qui en découlent, fournit un guide utile pour à la fois comprendre les effets de certains types d'enseignement sur certains types d'apprentissage, et améliorer le cadrage des méthodes d'enseignement en fonction des objectifs d'apprentissage. Si la compréhension des concepts est, par exemple, un objectif d'apprentissage important, alors les élèves auront besoin

d'opportunités pour développer une telle compréhension. Des déclarations similaires peuvent être faites au sujet d'autres objectifs d'apprentissage, comme l'exécution rapide de procédures, la capacité à résoudre des problèmes, etc. Ces types d'apprentissage ne s'acquièrent pas automatiquement ; les élèves ont besoin d'opportunités continues pour y accéder.

Bien que ce concept soit utile, le fait même que l'opportunité d'apprendre soit toujours le meilleur lien entre enseignement et apprentissage signale que la communauté des chercheurs n'a pas avancé bien loin dans la recherche sur des connexions plus spécifiques. Dans le prochain chapitre, nous proposerons une légère avancée en identifiant des connexions plus spécifiques entre des caractéristiques de l'enseignement des mathématiques et certains apprentissages par les élèves. Les deux modèles que nous décrivons peuvent être considérés comme des exemples de l'opportunité d'apprendre : opportunité de développer une maîtrise de certaines procédures et opportunité de développer la compréhension de certains concepts mathématiques.

La maîtrise des procédures et la compréhension des concepts

Deux des objectifs d'apprentissage les plus valorisés dans les cours de mathématiques sont, et ce depuis un certain temps, la maîtrise de procédures et la compréhension des concepts (Resnick et Ford, 1981). Par maîtrise de procédure (*skill efficiency*) nous entendons l'exécution rapide, juste et avec régularité, de procédures mathématiques (voir par exemple Skill learning de Gagne, 1985). Ne sont pas incluses ici l'utilisation flexible de procédures ni leur adaptation à de nouvelles situations. Par compréhension des concepts (*conceptual understanding*), nous entendons l'établissement de connexions mentales entre des faits, des procédures et des concepts mathématiques (Brownell, 1935 ; Davis, 1984 ; Hiebert et Carpenter, 1992). Cette définition suggère que la compréhension des concepts grandit au fur et à mesure que les connexions mentales s'enrichissent et s'élargissent. Comme nous l'avons mentionné plus tôt, une recherche considérable a été menée pour identifier les types d'enseignement qui permettent aux élèves d'atteindre ces deux objectifs d'apprentissage.

Une première conclusion (presque évidente) est que certains types d'enseignements favorisent la maîtrise de procédures et d'autres types d'enseignements favorisent la compréhension des concepts. Que différents types d'enseignements favorisent différents types d'apprentissage est une conséquence directe de l'opportunité d'apprendre. Différents types d'enseignement conduisent à différentes opportunités d'apprendre, qui, à leur tour, conduisent à différents types d'apprentissage. Cette proposition a été faite

il y a déjà un certain temps. Ainsi écrivait Edwar Thorndike en 1912 : "il est possible, en s'intéressant aux acquisitions immédiates, de choisir des méthodes d'enseignement excellentes pour cela, mais inopérantes pour la tâche plus importante qui consiste à éveiller chez l'élève le désir et le pouvoir de s'éduquer lui-même" (p.197). Gagne (1985) précise cette notion en détaillant différentes techniques d'instructions appropriées pour différents résultats d'apprentissage. Et Brophy (1988) rappelle aux éducateurs que les travaux qu'il a analysés reliant les méthodes d'enseignements aux apprentissages par les élèves utilisaient la plupart du temps des mesures d'apprentissage concernant la maîtrise de procédures de routine. D'autres caractéristiques de l'enseignement peuvent être identifiées si d'autres résultats d'apprentissage sont attendus. L'histoire se complique quand on remarque que ni une théorie ni des données empiriques n'indiquent une correspondance simple entre une méthode d'enseignement et la maîtrise d'exécution de procédures d'une part, ou entre une autre méthode d'enseignement et la compréhension des concepts d'autre part. La meilleure façon de rendre compte des connaissances actuelles dans ce champ de la recherche est de décrire certaines caractéristiques de l'enseignement qui favorisent la maîtrise des procédures d'exécution, et certaines caractéristiques de l'enseignement qui favorisent la compréhension des concepts, et d'indiquer si ces caractéristiques se recouvrent ou partagent une aire commune.

À ce point de notre propos, nous nous devons de reprendre une distinction historique et importante qui se trouve être liée, tout en étant différente, à la distinction que

nous faisons entre les objectifs d'apprentissage. Dans un livre aujourd'hui classique sur l'enseignement et l'apprentissage, Ausubel (1963) proposa une matrice 2x2 comportant un premier axe opposant apprentissage de routine et apprentissage par réflexion, et un second axe opposant enseignement par découverte et enseignement par exposition. Ausubel affirme que ces dimensions sont indépendantes. L'enseignement par exposition, dit Ausubel, ne produit pas forcément un apprentissage de routine, et un enseignement par découverte ne produit pas forcément un apprentissage par réflexion. Nous sommes d'accord avec Ausubel, et reprenons cette distinction ici pour deux raisons. Tout d'abord, nous voulons alerter les lecteurs que nous ne relierons pas forcément la maîtrise d'exécutions de procédures avec l'enseignement par exposition. Selon nous, les procédures peuvent être exécutées efficacement dans des conditions d'apprentissage par routine ou par réflexion. D'un autre côté, la compréhension des concepts requiert un apprentissage par réflexion.

La seconde raison qui nous amène à reprendre la distinction faite par Ausubel (1963) est que nous n'attendons pas des caractéristiques de l'enseignement qui favorisent la maîtrise des procédures d'exécution et de celles favorisant la compréhension des concepts, qu'elles correspondent exactement à des catégories comme enseignement par exposition ou enseignement par découverte. En fait, les caractéristiques que nous décrivons ne correspondent à aucune des catégories fréquemment utilisées pour décrire l'enseignement : enseignement explicite contre enseignement basé sur l'investigation, enseignement centré sur l'élève contre enseignement directif, école traditionnelle contre

école nouvelle, etc. Bien que ces catégories et labels aient pu être utiles à certaines occasions car ils rassemblent des ensembles de caractéristiques et considèrent les enseignements comme des systèmes de composants en interaction, ils peuvent aussi être source d'erreur car ils assemblent des caractéristiques de manière imprécise et constituent des types d'enseignement différents selon les personnes qui les considèrent. Ici, en ce qui nous concerne, abandonner ces définitions passées nous semble primordial. En fait, nous pensons que la plupart de ces catégories, distinctions et labels sont aujourd'hui plutôt des sources de confusion, et les avancées dans la recherche aussi bien que la clarté des recommandations politiques gagneraient à leur abandon.

Mais abandonner ces étiquettes classiques désignant des méthodes ou des systèmes d'instructions, pour des caractéristiques de l'enseignement liées à un apprentissage semble violer un principe que nous avons épousé plus tôt – l'enseignement est un système d'éléments en interaction, et les effets de caractéristiques particulières sont déterminés par le système auquel elles appartiennent. Ces deux points peuvent-ils être réconciliés ? Les chercheurs peuvent-ils isoler et définir des caractéristiques qui facilitent l'enseignement tout en considérant que les effets spécifiques de ces caractéristiques particulières dépendent des systèmes dans lesquels elles opèrent ? Nous pensons que oui, pour deux raisons. Premièrement, en cherchant parmi les modèles publiés dans de nombreuses études, nous nous sommes attachés à déterminer des caractéristiques qui reproduisent leurs effets lors de leur application dans des systèmes similaires mais aussi dans des systèmes différents. Nous

pensons que les effets précis des caractéristiques cibles varient un peu d'un système à l'autre, mais nous pensons aussi que certaines de ces caractéristiques émergent de façon suffisamment robuste à travers ces systèmes pour apparaître comme des modèles détectables. Deuxièmement, nous pensons que quand nous identifions des caractéristiques spécifiques d'enseignement nous identifions en fait des groupes de caractéristiques. Les caractéristiques que nous avons identifiées dans les chapitres suivants opèrent probablement dans un ensemble de caractéristiques moins apparentes. La régularité détectée de leurs effets sur les apprentissages des élèves doit être le résultat de groupes de caractéristiques qui fonctionnent bien dans un certain système d'enseignement. Nous avons identifié des caractéristiques particulières d'enseignement car les données empiriques actuelles ne nous permettent pas une interprétation plus précise. Mais l'hypothèse de l'existence de systèmes d'enseignement laisse augurer que ces caractéristiques sont simplement les aspects les plus saillants d'un groupe auquel elles appartiennent. Peut-être que le développement d'outils de recherche plus affutés permettra une description de ces systèmes plus précise dans le futur

Devenir performant dans l'exécution de procédures

Aucune étude empirique à notre connaissance n'a cherché à déterminer quelles caractéristiques de l'enseignement favorisent l'exécution de procédures d'une part, ni quelles caractéristiques de l'enseignement favorisent la compréhension des concepts d'autre part. Les études ont comparé les méthodes d'enseignement qui amélioreraient les procédures versus la compréhension (Brownell et Moser,

1949 ; Cobb et al., 1991 ; Heid, 1988 ; Hiebert et Wearne, 1993), mais aucune étude ou ensemble d'études n'ont eu comme objectif d'optimiser ces deux types d'apprentissage ni de décrire les caractéristiques de ces enseignements associées à chacun d'eux. De plus, des mesures différentes ont été utilisées pour décrire les enseignements comme les apprentissages dans ces recherches, et les modèles issus de ces travaux sont de ce fait littéralement le produit d'une interprétation de leurs résultats sans que l'on ait pu recourir à une simple agrégation de ces derniers.

Un ensemble important d'études de bonne qualité, conduites en suivant le paradigme *process-product*, a permis de proposer des liens entre enseignement et performance dans l'exécution de procédures. Le champ d'investigation de ces recherches comprend plusieurs disciplines, dont les mathématiques, et la plupart des caractéristiques de l'enseignement qui sont corrélées à de bonnes performances dans l'exécution de procédures sont les mêmes dans toutes ces disciplines. L'aspect le plus problématique dans l'interprétation de ces travaux est la caractérisation de la nature des variables dépendantes. De nombreuses études utilisent des tests de performance standardisés pour évaluer les apprentissages des élèves. Bien que ces tests soient composés de toute une série d'items, ils incluent essentiellement des questions portant sur des procédures, exigent des réponses rapides, et sont souvent des questionnaires à choix multiples aux questions fermées. Ainsi, nous pensons que l'efficacité dans l'exécution de procédures, telle que définie plus haut, est correctement analysée par ces évaluations.

Rappelons que les études du type *process-product* ont comme objectif d'identifier des relations entre ce que les enseignants font dans leurs classes (*process*) et ce que les élèves apprennent suite à cet enseignement (*product*). Pour produire des données fiables, ces études doivent inclure des échantillons de taille importante, utiliser des outils de mesure permettant de mener des observations justes dans les classes, dans le but d'analyser les *process* mis en œuvre lors des séances d'enseignement et d'évaluer les apprentissages des élèves d'une façon fiable. Nous avons analysé plusieurs études qui satisfont à ces critères et fournissent des informations sur une stratégie d'enseignement orientée vers l'apprentissage de procédures mathématiques dont la maîtrise est mesurée par des tests de performance standardisés. Les lecteurs intéressés pourront se référer au résumé de cette lignée de recherches et de leurs implications dans de nombreux domaines proposé par Brophy et Good (1986).

Dans une étude de terrain sur l'enseignement des mathématiques, Good et Grouws (1977) ont examiné durant 2 ans les performances des enseignements mis en œuvre par plus de 100 enseignants auprès d'élèves de CE2 et CM1. L'un des résultats saillants de cette étude est que l'impact que de nombreux enseignants pouvaient avoir sur les apprentissages de leurs élèves, mesurés par des tests de performance standardisés, n'était pas stable dans le temps. Ceci suggère que leurs méthodes d'enseignement pouvaient changer d'une année à l'autre, peut-être à cause du changement de la composition de leur classe. Les auteurs ont tout de même distingué un groupe d'enseignants qui ont eu, sur trois années consécutives (le succès des enseignants concernés a été

confirmé une 3^{ème} année), des résultats statistiquement supérieurs, ainsi qu'un groupe d'enseignants qui ont moins bien réussi qu'attendu durant la même période. Les résultats de l'étude montrent que l'enseignement efficace est associé avec les éléments suivants : un enseignement en classe entière (l'enseignement en classe entière était le mode d'organisation observé dans les classes de haut et de bas niveau, l'instruction en groupes concernant les classes de niveau intermédiaire); des instructions claires; un travail orienté vers des tâches non évaluées; des attentes de réussite importantes (plus de travail à la maison, rythme plus soutenu); des actions initiées par l'élève; une classe en général sans problèmes de comportement. Le rythme soutenu est une donnée que l'on retrouve également dans une étude concernant des élèves de CM2 conduite par McDonald (1976) et est identifié par Leinhardt (1986) comme une caractéristique de l'enseignement associée à un gain de performance standardisé.

D'autres résultats souvent relevés dans la littérature sont illustrés dans l'étude *process-product* menée par Evertson, Anderson et Brophy (1980) qui ont observé des enseignants au collège durant des cours de mathématiques (N=29) et d'anglais (N=39). Les analyses étaient conduites en utilisant des grilles d'observations et l'apprentissage des élèves a été mesuré par le California Achievement Test (CAT). Les enseignants efficaces en mathématiques posaient plus de questions que les enseignants moins efficaces, avec une majorité des questions d'un niveau relativement simple. Pour résumer, les auteurs écrivent que "les enseignants les plus efficaces [en maths] étaient actifs, bien organisés, et fortement orienté vers des sujets académiques" (p.58). De

plus, comme décrit dans les études précédentes, les enseignants efficaces favorisaient des instructions en classe entière et consacraient du temps aux exercices durant la séance. En général, ils géraient leur classe avec efficacité. Bien que la terminologie utilisée dans cette étude diffère de celle utilisée par Good et Grouws (1977), des parallèles évidents existent entre tous ces résultats.

Plusieurs études conduites par des chercheurs du Far West Regional Laboratory for Educational Research and Development dans les années 70 se sont intéressées au lien entre le comportement de l'enseignant et les performances des élèves en mathématiques et en anglais. Cet ensemble de recherches est connue sous le nom de Beginning Teacher Evaluation Study (BTES, Étude et évaluation des enseignants débutants), bien que, dans les faits, cette étude ait concerné des enseignants ayant au moins trois années d'expérience, et était axée sur la recherche plus que sur l'évaluation. De façon intéressante, aucun des comportements des enseignants qui étaient mesurés n'a été identifié comme un facteur influençant l'apprentissage des élèves, et ce en mathématiques comme en anglais. Ces résultats renforcent l'idée selon laquelle certaines actions pédagogiques influent par la spécificité de leur contenu.

Les résultats de BTES concernant l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques corroborent les résultats des études précédemment citées, mais rajoutent des informations intéressantes quand les données sont étudiées au niveau des élèves pris individuellement. Ces études montrent une corrélation positive entre les performances des élèves à des tests standardisés et le taux de succès dans les

exercices effectués en classe de mathématiques (des réponses justes en dehors d'erreurs occasionnelles). Inversement, la relation était négative quand les élèves impliqués montraient un taux de réussite faible durant leurs activités. Les chercheurs ont considéré ce résultat comme suffisamment important pour préciser le concept d'opportunité d'apprendre et le définir comme "la quantité de temps passé par un élève à réaliser une tâche académique (associée à un apprentissage recherché) qu'il peut exécuter avec succès" (Fischer, 1980, p.8). Le rôle important joué par le taux de réussite démontré par ces études ont conduit Good et Grouws à souligner l'importance pour les élèves d'être bien préparés par des exercices avant de pouvoir travailler de façon indépendante. Pour une vue d'ensemble des études BTES, vous pouvez consulter la publication de Powell (1980) ou encore les cinq volumes du rapport final de McDonald et Elias (1976).

Les caractéristiques des enseignements qui émergent de ces études peuvent être résumées ainsi : l'enseignement qui facilite la maîtrise des procédures est d'un rythme soutenu, est formaté par l'enseignant qui pose de nombreuses questions directes sur les procédures, et passe de la démonstration à de nombreux exercices d'application simples. On peut signaler dans cet ensemble de caractéristiques le rôle central joué par l'enseignant dans l'organisation, la mise en place d'un rythme soutenu et la présentation des informations pour atteindre des objectifs d'apprentissage bien définis.

Les caractéristiques identifiées ci-dessus favorisent la maîtrise des procédures par les élèves telles qu'elle est mesurée par des tests standardisés. Les effets que ces

caractéristiques ont sur le développement conceptuel des élèves n'est pas clair. Comme la compréhension des concepts est d'un grand intérêt pour l'enseignement des mathématiques et fait partie des compétences mathématiques récemment mises en avant par le National Research Council (2001), nous consacrons une place importante dans le chapitre suivant à l'examen du lien entre l'enseignement et la compréhension des concepts par les élèves.

Favoriser la compréhension des concepts

Nous avons défini la compréhension des concepts plus haut comme l'ensemble des connexions mentales reliant des faits, des procédures et des concepts mathématiques (Brownell, 1935 ; Davis, 1984 ; Hiebert et Carpenter, 1992). Cette définition simple convient bien à notre propos mais n'est pas sans controverse. Certains chercheurs soutiennent que cette définition met trop l'accent sur des représentations mentales internes individuelles alors que des facteurs culturels et sociaux devraient être considérés (Lave, 1988 ; Wenger, 1998). Avec ce regard socioculturel, la compréhension peut être considérée comme la participation volontaire au sein de communautés, de personnes qui deviennent compétentes dans la pratique de certaines activités. Dans notre cas, cela voudrait dire participer à une communauté de personnes en faisant et en donnant du sens aux mathématiques ainsi qu'en donnant une certaine valeur à de telles activités. Nous pensons que la conception de la compréhension des concepts comme un ensemble de connexions mentales tout comme celle faisant référence à

une dimension culturelle, peuvent toutes les deux être utiles (Cobb,1994 ; Sfard, 1998) et que les propositions que nous faisons dans les chapitres suivants peuvent être déclinés à la lumière de ces deux conceptions. Cependant, étant donné que la recherche que nous avons analysée a été conduite en utilisant la conception des connexions mentales individuelles alors en vigueur, c'est cette définition qui doit être gardée à l'esprit dans les chapitres suivants.

Deux caractéristiques clés pour un enseignement qui favorise la compréhension des concepts

Les enseignants ont toujours eu comme objectif déclaré de développer la compréhension des concepts par les élèves, mais on a pu noter une récente explosion dans l'intérêt porté à cette question. Au jour où nous rédigeons ce paragraphe, amazon.com propose 90 448 titres de livres comme réponse à la requête : enseigner pour comprendre.

Parmi les plus grands succès, on peut citer *Teaching for Musical Understanding, Strategies That Work :Teaching Comprehension to Enhance understanding* et *Shakespeare Without Fear : Teaching for Understanding*. Citons également deux livres bien connus qui reprennent des éléments liés à notre propos : *Teaching for Understanding* par Cohen, Mc Laughin et Talbert (1963) et *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* de Fennema et Romberg (1999).

De façon évidente, ce sujet ne manque ni d'analyses ni de recommandations. Mais la recherche qui fait le lien entre des caractéristiques de l'enseignement et la compréhension des élèves est bien plus mince que ce que cet intérêt actuel pourrait laisser penser. En jetant un œil sur l'ensemble de la

recherche connectant enseignement et apprentissage, nous partageons l'analyse de Brohy (1997) qui affirme que la recherche conduite produit moins d'éléments pertinents sur la manière dont les élèves construisent leur compréhension durant le temps scolaire que sur la manière dont ils développent leur maîtrise des procédures. Cela est dû, pour partie, au défi que constitue l'élaboration de mesures permettant d'évaluer la compréhension des concepts et au fait que beaucoup des travaux de recherche antérieurs aient utilisé des tests standardisés ou d'autres mesures similaires qui sont plus orientés vers la mesure de la maîtrise de procédures. Néanmoins, nous pouvons identifier deux caractéristiques de l'enseignement qui émergent de la littérature comme des éléments clés qui favorisent la compréhension des concepts. Nous concevons notre présentation de ces deux caractéristiques comme un exposé des conclusions plausibles de la recherche passée *et aussi* comme l'identification de domaines cibles pour de futures recherches qui pourraient se révéler particulièrement fécondes et utiles.

Caractéristique n°1 : les enseignants et leurs élèves doivent se préoccuper explicitement de concepts

Que les élèves puissent acquérir une compréhension des concepts mathématiques quand l'enseignement met en œuvre explicitement des concepts – traite des connexions entre des faits, des procédures et des idées mathématiques– est un fait clairement démontré par une série d'études empiriques (Gamoran, 2001 ; Hiebert, 2003 ; National Research Council, 2001). Par *mettre en œuvre des concepts*, nous entendons traiter des connexions mathématiques d'une

manière explicite et manifeste. Brophy (1999) a décrit un tel enseignement comme infusé par des échanges cohérents, structurés et connectés sur des idées clés mathématiques. Cela peut comprendre des échanges sur les significations mathématiques qui fondent les procédures, des questions sur les similitudes ou les différences que des stratégies peuvent présenter quand on les compare les unes aux autres, des réflexions sur les manières dont les problèmes mathématiques sont construits les uns à partir des autres ou bien sont des cas particuliers ou généraux les uns par rapport aux autres, des réflexions sur les relations entre les idées mathématiques, des rappels aux élèves sur le point essentiel de la leçon et la façon dont ce point est inclu dans la séquence des leçons et s'articule avec les idées du chapitre.

Pour soutenir notre proposition et éclairer les découvertes qui la fondent, nous allons passer en revue plusieurs études qui illustrent toutes celles sur lesquelles notre proposition est construite. Une revue plus complète de la littérature pourra être trouvée ici : *Adding It Up* (Chapters 6, 7, and 8, National Research Council, 2001), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (Kilpatrick, Martin et Schifter, 2003), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (Fennema et Romberg, 1999), et dans un chapitre d'un précédent *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (Hiebert et Carpenter, 1992).

À plusieurs titres, la proposition selon laquelle les élèves acquièrent une compréhension des concepts mathématiques si l'enseignement met en œuvre explicitement des concepts mathématiques, est une reformulation de l'observation

générale qui affirme que les élèves apprennent ce qu'ils ont la meilleure opportunité d'apprendre. À un premier niveau, la proposition semble plutôt évidente, voir à peine intéressante. Mais elle devient plus pertinente quand on découvre que cette idée est soutenue par des recherches de types très variés, et qu'elle est vérifiée dans des systèmes d'enseignement différents.

Les études que nous avons revues, comme la très vaste littérature dont elles sont issues, sont de conceptions très diverses et leurs différences peuvent être caractérisées de la manière suivante :

- Les effets décrits sont les résultats d'études de type variés – des études strictement contrôlées de courte durée comme des études moins structurées de plus longue durée ;
- Des enseignements centrés sur l'élève ou bien plus directifs (en utilisant les anciennes typologies) qui se sont préoccupés de compréhension des concepts ont montré un plus haut niveau de compréhension des concepts chez les élèves que des méthodes similaires qui ne se sont pas préoccupés aussi directement de développer ces concepts ;
- La manière dont les concepts sont développés en classe peut varier – de l'enseignant qui dirige activement les activités de sa classe à l'enseignant prenant une part moins active, de méthodes d'enseignement qui utilisent des tâches spéciales et/ou du matériel à celles qui utilisent une certaine forme de débat à celles qui utilisent les recherches de solutions stratégiques par les élèves.

Nous pensons que les preuves ne mettent pas en avant une seule ou "meilleure" méthode d'enseignement favorisant la compréhension des concepts. Mais plutôt que les données soulignent l'importance d'une caractéristique d'enseignement qui peut être un élément commun à de nombreuses méthodes : l'attention explicite dévolue au développement conceptuel des mathématiques.

Pour soutenir et clarifier cette proposition, nous avons sélectionné une première série d'études qui se concentrent sur un même sujet mathématique – les additions et soustractions avec des nombres à plusieurs chiffres à l'école primaire – tout en appliquant des traitements différents et utilisant des méthodes de recherche différentes.

*Voir **Annexe 2** pour le résumé des trois études décrites ici : Fuson et Briars (1990), Brownell et Moser (1949) et Hiebert et Wearne (1993).*

Chacune de ces études présente quelques défauts de conception, mais de nature différente. C'est pourquoi nous évitons de conclure sur les liens entre les différents types d'enseignement concernant les additions ou soustractions avec des nombres à plusieurs chiffres décrites dans ces études et l'acquisition de types de compréhension ou de maîtrises spécifiques. Mais nous reconnaissons un motif récurrent dans ces études (et d'autres encore), dans la caractéristique générale qui consiste à se préoccuper de développer des concepts. Nous concluons que quand l'enseignement se préoccupe explicitement et directement de sujets conceptuels

majeurs, les élèves sont plus susceptibles de développer leur compréhension des concepts. Cette conclusion est renforcée par d'autres études de nature très différente.

Les preuves qui soutiennent l'efficacité d'un enseignement conceptuel explicite ne proviennent pas uniquement de recherches dans le domaine de la maîtrise des calculs. Dans une publication qui résume trois différentes études expérimentales sur l'enseignement des mathématiques dispensé dans des classes de CM1, 6^{ème} et 4^{ème} respectivement, Good, Grouws et Ebmeier (1983) ont présenté des éléments en faveur d'un programme d'enseignement basé sur une instruction directe, strictement contrôlée, et portant une attention particulière au développement des concepts. Pour définir le développement conceptuel, les auteurs se sont inspirés des travaux de Brownell sur le développement de la compréhension en 1947, et du résumé de ces travaux proposée en 1976 par Skemp, qui introduit l'expression *compréhension relationnelle*. Ils définissent également le *développement* comme étant "la partie de la leçon dévolue au renforcement de la compréhension des procédures, des concepts et d'autres facettes du curriculum mathématique" (p.203).

Contrairement aux études précédemment décrites, dans cet ensemble d'études rapportées par Good et al. (1983), le traitement imposait aux enseignants de mettre en œuvre de façon très stricte leur enseignement sur la journée : l'enseignement très structuré était donné en classe entière et comprenait une courte introduction (correction du travail fait à la maison, rapide révision, calcul mental), une partie développement (au moins la moitié de la leçon), des exercices

effectués en classe, une conclusion, et au final la distribution du travail à faire à la maison. Dans ces études, des classes entières étaient réparties aléatoirement entre groupe traitement et groupe contrôle. Les enseignants du groupe contrôle devaient utiliser leurs méthodes habituelles d'enseignement.

Plusieurs commentaires peuvent être faits au vu de l'interprétation des résultats. Premièrement, les scores globaux des tests comme les scores des subtests concernant les mathématiques de ces évaluations standardisées constituaient les principales mesures dépendantes utilisées pour évaluer les compétences développées par les élèves, bien que, comme cela est mentionné plus loin, des mesures supplémentaires aient été utilisées dans certaines études. Deuxièmement, les analyses de la variance des gains de scores ont permis d'évaluer les différences pré- et post-tests pour chaque mesure. Troisièmement, les moyennes de classe ont été utilisées comme unité d'analyse dans les tests statistiques. Enfin, l'interprétation des résultats a pris en compte la fidélité au traitement en utilisant les données issues de combinaisons d'observations des leçons, d'analyses des journaux de bord tenus par les enseignants et de questionnaires auto administrés.

Dans l'étude menée sur les élèves de CM1 répartis dans 40 classes, les enseignants du groupe traitement ont montré avoir bien mieux adopté l'enseignement préconisé que les enseignants du groupe contrôle. De plus, les scores des élèves du groupe traitement sont passés, entre le pré- et le post-test, du 27^{ème} percentile au 57^{ème} percentile des normes nationales, de façon significativement plus importante que les

scores des élèves du groupe contrôle ($p = 0,003$), (Good et Grouws, 1979). En ce qui concerne les résultats au test spécialement élaboré par un consultant extérieur pour mesurer les contenus spécifiques au curriculum, incluant la maîtrise des procédures, la compréhension des concepts et la résolution de problèmes verbaux, le groupe traitement surpasse à nouveau le groupe contrôle, mais la différence statistique est modeste ($p = 0,1$) et les différences sont minimales en ce qui concerne la résolution de problèmes verbaux.

Pour les 36 enseignants de 6^{ème} et les 19 enseignants de 4^{ème}, le traitement a été modifié pour donner plus d'attention à la résolution des problèmes verbaux. Dans ces deux études, les élèves du groupe traitement ont mieux réussi les tests standardisés comme les tests basés sur la résolution de problèmes que les élèves du groupe contrôle. Cependant, la différence entre les deux groupes n'était pas aussi importante que pour les élèves de CM1. Les auteurs pensent que cela s'explique par une différence entre les méthodes d'enseignement entre groupes traitement et contrôle plus faible que lors de la première étude. Ils attribuent cette faible différence entre les méthodes d'enseignement par la possibilité pour les enseignants du groupe contrôle de 6^{ème} d'avoir été contaminés par les enseignants de CM1 ayant participé à l'étude l'année précédente. Selon les auteurs, les enseignants d'élèves de 4^{ème} étaient un peu moins fidèles aux instructions données car ils ont eu une période de formation plus courte alors que les exigences augmentaient, notamment en ce qui concerne la résolution des problèmes verbaux. Malgré une diminution de la fidélité au traitement par rapport aux études précédentes, les chercheurs ont trouvé une

différence significative entre les classes traitement et les classes contrôle en ce qui concerne la mesure de la capacité à résoudre des problèmes à partir du moment où les 7 enseignants qui ont très mal appliqué le traitement ont été exclus de l'étude.

Les chercheurs soulignent qu'ils "*ne suggèrent pas* que le programme éducatif mis en œuvre dans cette étude constitue la meilleure approche pour favoriser la réussite des élèves en mathématiques" (Good, 1983), mais plutôt que des éléments de ce programme tels qu'une attention soutenue au développement conceptuel, la mise en place de révisions systématiques, et la prescription appropriée de travail à la maison, pourraient être d'un intérêt considérable pour les enseignants qui enseignent les mathématiques en classe entière. Le résultat important qui ressort de ces études et qui concerne le sujet qui nous préoccupe, est l'établissement d'un lien récurrent entre l'attention explicite au développement des connexions mathématiques entre les idées, les faits et les procédures et l'élévation de la compréhension des concepts par les élèves. Ces études ne soutiennent pas uniquement cette proposition, mais semblent montrer que de tels enseignements permettent de développer des compétences mathématiques essentielles au-delà (et y compris) des compétences calculatoires, un point sur lequel nous reviendrons plus loin.

De façon contrastée quand on les compare aux études contrôlées et précisément ciblées évoquées ci-dessus, les études pluriannuelles menées par Fawcett (1938) et Boaler (1998) ont permis d'analyser l'effet cumulatif de certains types d'enseignement au secondaire.

Voir Annexe 2 pour le résumé des deux études décrites ici : Fawcett (1938) et Boaler (1998)

En résumé, les résultats de ces études illustrent bien tous ceux retrouvés dans de nombreuses publications où les effets des enseignements qui ont comme objectif explicite le développement conceptuel des mathématiques ont été recensés. Les élèves qui reçoivent un tel enseignement développent une meilleure compréhension des concepts que les élèves qui reçoivent un enseignement avec moins de contenu conceptuel. Comme noté précédemment, cette conclusion n'est pas surprenante, car c'est une conséquence directe du principe de l'opportunité d'apprendre. Cela devient plus intéressant quand on note que le développement de la compréhension des concepts mathématiques peut être le produit d'enseignements s'appuyant sur des principes pédagogiques différents : méthode directive et structurée en classe (Fuson et Briars ; Good) ou méthode centrée sur l'élève avec un format moins structuré (Fawcett). Cette conclusion devient encore plus intéressante et devient vraiment cruciale quand on l'accompagne des deux remarques suivantes. Premièrement, comme nous l'avons déjà noté, les résultats de plusieurs de ces études suggèrent que l'enseignement qui insiste sur le développement conceptuel favorise également la maîtrise des procédures. Deuxièmement, et bien que l'attention portée par l'enseignement au développement conceptuel puisse être perçue comme une caractéristique évidente de tout "bon" enseignement et devrait donc être observée dans de nombreuses classes, c'est une caractéristique généralement absente des descriptions de

l'enseignement des mathématiques tel qu'il est observé dans les classes américaines. Mais avant d'explorer ces deux sujets, nous présentons la deuxième caractéristique de l'enseignement qui est associée avec constance à l'élévation de la compréhension des concepts.

Caractéristique n°2 : les élèves doivent se confronter à des sujets mathématiques complexes¹

Notre analyse de la littérature portant sur l'enseignement de la compréhension des concepts met en lumière une seconde caractéristique de l'enseignement qui favorise de façon constante la compréhension des concepts des élèves : l'engagement des élèves dans une confrontation à des sujets mathématiques complexes. Contrairement à la première caractéristique, cette seconde caractéristique peut ne pas paraître évidente pour les lecteurs, aussi nous allons d'abord clarifier ce que nous entendons par *se confronter à*, puis nous clarifierons la connexion théorique qui relie cette confrontation à la compréhension des mathématiques, et finalement nous analyserons un petit échantillon des études empiriques menées dans cette perspective.

Quand nous utilisons l'expression *se confronter à* nous décrivons des élèves qui produisent des efforts pour donner du sens aux mathématiques et pour comprendre quelque chose qui ne leur était pas à priori compréhensible. Cette confrontation ne correspond pas, pour nous, à la description d'élèves se trouvant face à des problèmes trop difficiles et

¹ Ce sont des problèmes présentant une certaine difficulté pour l'élève et susceptibles par leur résolution d'augmenter sa capacité à comprendre certains concepts mathématiques.

absurdes, dans une situation d'extrême difficulté, et qui ne ressentiront finalement qu'une frustration inutile. Notre définition n'a rien à voir avec le sentiment de déroute que certains élèves peuvent éprouver quand trop peu du matériel mathématique fait sens. La confrontation que nous avons à l'esprit résulte de la résolution de problèmes associés à des idées mathématiques clés qui peuvent être compréhensibles mais qui ne sont pas encore bien structurées (Hiebert, 1996). Par se confronter à des sujets mathématiques complexes, nous entendons le contraire d'être simplement exposé à des informations que l'on doit mémoriser ou bien de simplement pratiquer ce qui vient d'être démontré.

Dewey (1910, 1926, 1929) a consacré beaucoup d'attention à l'analyse de ce processus et aux conséquences de ce genre de confrontation. Pour Dewey, le processus de confrontation est essentiel pour la construction d'une compréhension profonde. Le processus commence, selon Dewey (1910), par "un peu de perplexité, de confusion et de doute (p.12)". Il se poursuit quand l'élève essaye de faire le lien entre les éléments pour leur donner du sens, et encore après quand il tente de développer des méthodes pour résoudre des problèmes. L'enseignement scolaire traditionnel est soumis à l'injonction de formuler des réponses rapides. Ce qui court-circuite la possibilité de réfléchir aux aspects conceptuels des problèmes. La connaissance profonde d'un sujet, dit Dewey (1929) "est le fruit des entreprises qui transforment une situation problématique en une situation résolue" (p.242–243).

D'autres théoriciens cognitivistes ont développé des arguments similaires et connectent le processus de la

confrontation mise en place dans le but de donner du sens à un objet étudié, à la compréhension profonde de cet objet. La théorie de la dissonance cognitive de Festinger (1957) propose la notion de perplexité cognitive comme élément central responsable du développement cognitif. D'une façon plus ciblée, Hatano (1988) identifie l'incongruité cognitive comme le déclencheur critique favorisant le développement de compétences associées au raisonnement qui sont à la source de la compréhension des concepts. Pour Hatano, l'incongruité cognitive place l'élève dans la situation décrite par Dewey, c'est-à-dire dans un état de perplexité, de confusion et de doute. En appliquant une construction théorique analogue à toute une classe d'école, Brownell et Sims (1946) opposent la répétitivité de la plupart des tâches scolaires aux processus pressentis comme essentiels pour le développement de la compréhension – les élèves doivent ressentir le besoin de résoudre une situation problématique et ensuite être dans la possibilité de s'en débrouiller (p.40). Quels types de tâches ou de problèmes proposent des situations problématiques appropriées ? La zone proximale de développement définie par Vygotsky (1978) fournit un cadre pour répondre à cette question car cette zone peut être interprétée comme l'espace à l'intérieur duquel une confrontation peut se révéler productive pour l'élève. Il convient de proposer des problèmes nouveaux, proches de la frontière de cette zone proximale de développement de l'élève, à sa portée, mais présentant suffisamment de difficulté et avec quelque chose de nouveau à comprendre.

Les mathématiciens et les personnes concernées par la manière dont les élèves interagissent avec les mathématiques font souvent allusion à cette confrontation aux idées clés

mathématiques comme constituant naturellement une partie de ce que l'on appelle faire des mathématiques. Dans son livre (devenu un classique aujourd'hui) sur la résolution de problèmes, Polya (1957) reprend les thèmes de Dewey (1910) en débutant la préface de la première édition ainsi :

Une grande découverte résout un grand problème, mais il y a une graine de découverte dans la résolution de n'importe quel problème. Votre problème peut être modeste ; mais s'il met votre curiosité au défi, et met en jeu vos capacités créatives, et si vous le résolvez par vos propres moyens, vous connaîtrez alors la tension et le plaisir du triomphe de la découverte.

Polya continue en notant que l'expérimentation et la confrontation sont des parts intégrantes du déploiement des mathématiques et suggère que les élèves devraient autant expérimenter cet aspect des mathématiques que l'aspect déductif systématiquement mis en avant. Brown (1993) synthétise explicitement les observations de Dewey et Polya sur cette notion de confrontation aux mathématiques en proposant le phénomène qu'il nomme confusion. Il assure que la confrontation aux problèmes réels est assez différente des éléments ordonnés du programme que les élèves ont l'habitude de rencontrer, et il assure qu'une confrontation (ou confusion) appropriée peut révéler aux élèves un aspect clé des mathématiques. "Nous semblons incapable d'apprécier à leur juste valeur ce que signifie être confus ainsi que les vertus qui en découlent et la pédagogie qui pourrait en naître" (p.108).

Le lien logique qui connecte la confrontation à la

compréhension, compétence qui nous intéresse dans ce chapitre, peut être analysée en utilisant les définitions de la *compréhension conceptuelle* présentées plus tôt. Si cette compréhension est définie comme l'établissement de connexions mentales entre les faits, les idées et les procédures mathématiques, alors la confrontation peut être perçue comme le processus qui reconfigure ces objets. Les relations entre les faits, les idées et les procédures sont reconfigurées quand de nouvelles informations ne peuvent pas être aisément assimilées ou quand les anciennes relations semblent être inadéquates pour donner du sens à un nouveau problème (Piaget, 1960 ; Skemp, 1971). La confrontation résulte en une restructuration des connexions mentales d'une façon plus performante. Si cette compréhension est définie comme la participation à une communauté humaine de personnes qui souhaitent faire des mathématiques et leur donner du sens, alors la confrontation est vitale car elle est un aspect essentiel d'un faire-sens personnel au sein de la communauté (Handa, 2003). C'est un élément essentiel de l'activité des mathématiciens (Brown, 1993 ; Polya, 1957). En résumé, la confrontation aux idées mathématiques importantes est impliquée dans les deux définitions de la compréhension conceptuelle en permettant l'élaboration de processus communs dont on peut supposer qu'ils favorisent le développement de cette compétence.

Bien que peu, voire aucune, étude n'ait tenté d'isoler ni de tester les effets de la confrontation sur le développement de la compréhension des concepts des élèves, de nombreux résultats suggèrent qu'une certaine forme de confrontation puisse être un ingrédient clé pour le développement de la compréhension des concepts par les élèves. Dans une revue

audacieuse sur des études concernant le développement cognitif (et ne portant pas sur l'enseignement des mathématiques), Robert Bjork (1994) souligne une curieuse caractéristique présente dans de nombreuses conclusions : quand les élèves rencontrent des difficultés et ne peuvent maîtriser de façon aisée les compétences ciblées, ils développent des compétences plus profondes ou plus utiles à long terme. Les difficultés étaient soit intentionnellement, soit accidentellement introduites dans la procédure d'apprentissage et pouvaient prendre plusieurs formes –le contexte du problème était modifié, le soutien de l'enseignant était différé, des distractions perturbaient les élèves, etc. La condition clé était que les élèves faisaient face à certains obstacles sur leur chemin. Dans ces cas, les élèves généralisaient plus efficacement leur apprentissage et le transféraient de façon plus appropriée à de nouvelles tâches. Apparemment, les élèves devaient réfléchir plus profondément à ce qu'ils étaient en train d'apprendre. Et Bjork (1994) de conclure :

Quelle que soit la combinaison exacte de manipulations qui serait optimale [pour apprendre], une caractéristique générale de cette combinaison semble claire : il faudrait introduire beaucoup plus de difficultés et de défis pour les élèves qu'il n'y en a dans les enseignements typiquement dits de routines (p.189).

Cette conclusion n'est pas surprenante selon Bjork, car elle confirme simplement l'observation, aujourd'hui largement acceptée en psychologie cognitive, selon laquelle les apprenants construisent leurs propres interprétations et

mémorisations des activités plutôt qu'ils ne les absorbent simplement de leur environnement. Quand les élèves se trouvent dans une situation de confrontation raisonnable, ils doivent travailler plus activement et faire plus d'efforts pour donner du sens à cette situation, ce qui, en retour, les amène à construire des interprétations connectées à ce qu'ils savent déjà et/ou à réexaminer et restructurer leurs connaissances. Cela conduit à des contenus et des compétences apprises de façon plus profonde.

Aucune étude menée sur le terrain, c'est-à-dire en classe, ne fait le parallèle avec les études en laboratoire présentées dans la revue de Bjork (1994), mais, quand on les analyse en portant un intérêt particulier à la confrontation que peuvent expérimenter les élèves, les résultats de certaines études faites en classe sont éloquentes. À nouveau, nous n'analysons ici que quelques travaux pour illustrer la nature de ces résultats. Premièrement, dans une étude en dehors du champ mathématique, Capon et Kuhn (2004) montrent que des étudiants en MBA qui apprennent un nouveau concept commercial en essayant de résoudre un problème plutôt qu'en écoutant un cours ou un débat, pouvaient appliquer ce qu'ils avaient appris avec plus d'efficacité. Les auteurs expliquent ces résultats en assurant que travailler pour résoudre un problème permet de donner plus de sens et favorise l'intégration de l'information, en d'autres mots, favorise la compréhension des concepts.

Ci-dessous, nous analysons plusieurs études dans le champ de l'enseignement des mathématiques qui confirment que certaines caractéristiques de l'enseignement favorisent la confrontation, telle que nous l'avons défini, et que quand cela

arrive, les élèves développent une meilleure compréhension des concepts. Bien que Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang, et Loef (1989) n'aient pas interprétés leurs données dans cette perspective, ils rapportent des résultats cohérents avec notre conclusion. Les auteurs ont comparé les enseignements menés et les apprentissages réalisés dans 40 classes de CP. La moitié des enseignants de ces classes ont été sélectionnés de façon aléatoire pour suivre durant 4 semaines une formation (Cognitively Guided Instruction) sur le développement des connaissances et des compétences de jeunes enfants en calcul. Durant l'année scolaire suivante, les enseignements mis en pratique dans les classes concernant l'addition et la soustraction ont été analysés, et les performances des élèves ont été mesurées par une série de tests administrés par les chercheurs. Les enseignants qui avaient suivi la formation de 4 semaines avaient souvent recours à des problèmes verbaux (souvent présentés comme étant plus difficile pour les élèves) durant leur enseignement alors que les enseignants du groupe contrôle passaient beaucoup de temps sur des exercices numériques et sur des révisions. De plus, les enseignants formés posaient plus de problèmes arithmétiques à la classe entière, écoutaient plus souvent les solutions proposées par les élèves, et faisaient moins de commentaires pour juger les réponses des élèves comme étant justes ou non. Tous ces éléments semblent conforter l'hypothèse selon laquelle les élèves dans les classes de ces enseignants avaient plus souvent l'occasion de se confronter à des concepts mathématiques impliqués dans les techniques d'addition et de soustraction de nombres entiers. Pour la plupart des compétences mesurées, il n'y avait pas de différence significative entre les deux groupes. Cependant, les

élèves des classes expérimentales réussirent mieux les "problèmes complexes avec additions et soustractions", des problèmes qui exigeaient plus que de simples connaissances de routine en arithmétique. On peut souligner également que les élèves de ces mêmes classes ont montré lors d'entretiens individuels qu'ils avaient développé une meilleure mémorisation des faits numériques que les élèves des classes contrôles. Bien qu'elles ne soient que des hypothèses, les conclusions exprimées par Carpenter (1989) sont cohérentes avec notre point de vue développé dans ce chapitre.

Une étude conduite dans le cadre du projet QUASAR (Silver et Stein, 1996 ; Stein et Lane, 1996) s'est intéressée plus directement à notre conclusion – quand l'enseignement favorise la confrontation des élèves aux mathématiques, alors leur compréhension progresse. Les résultats de cette étude suggèrent en particulier que les tâches mathématiques qui conduisent à une activité cognitive plus intense de la part des élèves favorisent chez eux un meilleur développement conceptuel (Stein, Grover, et Henningsen, 1996 ; Stein et Lane, 1996). Des tâches présentées à des élèves de collège ont été analysées et l'effort cognitif et/ou l'engagement d'un "processus de pensée" qu'elles étaient susceptibles de mobiliser ont été évalués. Les tâches les plus difficiles exigeaient d'effectuer un raisonnement mathématique (résolutions de problèmes, recherches de modèles ou conjectures) et de connecter certaines procédures à des concepts mathématiques. Les tâches les plus simples mettaient en jeu des procédures d'exécution sans connexions à d'autres concepts, la mémorisation de faits et de règles, ou l'exploration de sujets mathématiques de moindre importance ou au petit bonheur la chance, de manière non

réfléchi. Les niveaux de difficulté d'un échantillon de 144 tâches présentées aux élèves de 12 classes (dans chacun des 4 collèges concernés par l'étude, une classe de 6^{ème}, une classe de 5^{ème} et une classe de 4^{ème} étaient étudiées) durant 3 années étaient corrélés aux gains de réussite des élèves testés en début et en fin de chaque année scolaire. Ces gains étaient mesurés en utilisant un ensemble de 36 problèmes ouverts spécialement conçus pour permettre de détecter les évolutions dans les performances des élèves au fil des ans. Les résultats sont très complexes mais indiquent clairement que les élèves faisant partie de classes dans lesquelles des enseignants présentaient *et* étudiaient avec conviction des problèmes compliqués étaient plus susceptibles de développer une bonne compréhension des concepts mathématiques.

L'étude d'Hiebert et Wearne (1993) analysée précédemment complète les résultats des études QUASAR, car elle montre que les enseignants qui favorisent une meilleure compréhension posent un plus grand nombre de questions exigeant explications et analyses, et également que les élèves de ces classes répondent en utilisant des formulations plus longues. Ces formes de discussions demandent plus de travail intellectuel de la part des élèves et peuvent révéler aux élèves qui font ces efforts, un sens mathématique nouveau et favoriser l'émergence d'une meilleure compréhension.

Que les élèves puissent donner du sens au discours en classe quand celui-ci propose de véritables débats mathématiques et intellectuels a été bien documenté par Inagaki, Hatano et Morita (1998). Des élèves de 11 classes de

CM1 et CM2 ont été observés quand ils discutaient à propos de différentes méthodes d'additions de fractions avec des dénominateurs différents. Bien que ces discussions comportassent des erreurs et que des conjectures incorrectes furent parfois proposées, (d'autres étaient correctes), la plupart des élèves ont donné du sens à la discussion et ont amélioré leur compréhension comme la qualité de leurs prestations orales, ce que leurs travaux écrits ont clairement confirmé.

Certaines études de cas analysant des séances de cours durant lesquelles les enseignants engagent les élèves dans des confrontations à des sujets mathématiques complexes, montrent que cette confrontation est un élément clé pour la compréhension des concepts. Les descriptions détaillées des séances de cours durant lesquelles les auteurs reflètent leur propre expérience en tant qu'enseignant sont très révélatrices (Ball, 1993 ; Fawcett, 1938 ; Heaton, 2000 ; Lampert, 2001 ; Schoenfeld, 1985). Les classes dans lesquelles cette confrontation est manifestement absente et où les élèves n'améliorent pas leur compréhension du fait de cette absence (Schoenfeld, 1988), complètent ces cas favorables.

Un certain nombre de questions concernant les séances de cours durant lesquelles les élèves sont engagés dans une confrontation constructive à des questions mathématiques, restent sans réponse. Contrairement à la première caractéristique, c'est-à-dire l'attention explicite aux concepts, on ne sait pas si cette confrontation peut être incorporée dans une large gamme de méthodes pédagogiques. Cette confrontation est habituellement associée à une pédagogie centrée sur l'élève ou à une

approche basée sur l'investigation. Mais on peut imaginer des approches directives qui proposent des activités ciblées et hautement structurées durant lesquelles les élèves doivent résoudre des problèmes difficiles qui leur permettent de se mesurer à certains concepts mathématiques. En fait, il semble plausible que cette confrontation des élèves puisse être suffisamment circonscrite et dirigée de façon à ce qu'elle se centre sur des sujets mathématiques complexes. Ce qui exige un certain niveau de guidance de la part de l'enseignant. Mais bien peu d'éléments ou de données permettent de définir le degré de structure qui faciliterait (ou diminuerait) les effets positifs produits par ces confrontations auxquelles les élèves doivent faire face. Entre parenthèses, qu'une confrontation efficace puisse être mise en place dans un cadre directif est l'une des raisons pour lesquelles nous pensons que les anciennes catégories de méthodes d'enseignement (méthode centrée sur l'élève versus méthode directive), peuvent être si contre productives.

Les caractéristiques d'un enseignement qui encourage les élèves à la confrontation et les caractéristiques d'un enseignement qui assure une bonne maîtrise des procédures, décrites plus tôt, semblent très différentes. Et même si elles ne sont pas totalement opposées, il semblerait que ces caractéristiques fassent parties de systèmes d'enseignement distincts. Dans un certain sens, c'est cohérent avec ce que l'on pouvait attendre – différentes caractéristiques et groupes de caractéristiques sont plus efficaces pour favoriser la maîtrise des procédures que pour favoriser la compréhension des concepts. Mais comment expliquer que la maîtrise des procédures soit relativement élevée dans les classes où les caractéristiques d'un enseignement associées au

développement conceptuel étaient mises en œuvre ? Nous devons maintenant considérer cette question.

Un enseignement qui favorise la compréhension des concepts favorise aussi la maîtrise des procédures

Nous avons noté plus tôt qu'il n'y a pas de correspondance simple entre certaines caractéristiques de l'enseignement et certains apprentissages. La complexité des interactions entre enseignement et apprentissage est illustrée par le fait qu'un enseignement qui a comme objectif de favoriser la compréhension des concepts, peut avoir un effet positif sur l'apprentissage des procédures. De nombreuses études portant sur le développement conceptuel des élèves montrent ainsi que leur maîtrise des procédures augmentait à un niveau égal ou supérieur à ceux des groupes contrôles (Boaler, 1998 ; Fawcett, 1938 ; Fuson et Briars, 1990 ; Good et al., 1983 ; Hiebert et Wearne, 1993 ; Stein et Lane, 1996). Apparemment, nous ne sommes pas dans le cas où un ensemble de caractéristiques facilite la maîtrise des procédures d'une part et où un autre ensemble favoriserait l'apprentissage des concepts d'autre part. Car dans notre cas, deux types assez différents de caractéristiques semblent également promouvoir la maîtrise des procédures.

Cette observation peut être expliquée par le fait que la *nature* de la maîtrise des procédures diffère pour chacun de ces deux enseignements. Dans le premier cas, l'enseignement est de rythme soutenu, l'enseignant pose des questions courtes et ciblées et les élèves font un grand nombre d'exercices durant le cours avec un taux de

réussite élevé. Dans le second cas, l'enseignement est plus lent, l'enseignant pose des questions qui exigent des réponses plus longues et les élèves font relativement peu d'exercices. En utilisant l'argument de Wittrock (1986), on peut penser que les mécanismes cognitifs susceptibles d'être mis en œuvre par les élèves dans ces conditions différentes, sont eux-mêmes différents, et conduisent au déploiement de compétences également différentes. En fait, l'analyse menée par Bjork (1994) aboutit à cette même conclusion : les élèves qui maîtrisent des procédures dans les conditions qui stimulent un travail plus conceptuel, acquièrent des compétences différentes – ils se montrent capables d'adapter leurs compétences pour résoudre de nouveaux types de tâches. Et en suivant les auteurs de *Adding It Up* (National Research Council, 2001), nous pensons qu'il convient de choisir l'expression *avec aisance* (fluent) plutôt que *avec efficacité* (efficient) pour caractériser ce type de compétence.

L'analyse précédente nous permet de proposer la conjecture suivante : les deux caractéristiques que nous avons identifiées et qui favorisent le développement de la compréhension des concepts, permettraient aux élèves d'atteindre un objectif encore plus ambitieux – le savoir mathématique (mathematical proficiency), (National Research Council, 2001, voir encadré). Ce *savoir mathématique* est le savoir acquis par l'intégration de cinq types de compétences, incluant la compréhension des concepts et la maîtrise des procédures.

En bref, le savoir mathématique (mathematical proficiency) est l'acquisition simultanée et intégrée de cinq compétences ou standards :

- *La compréhension des concepts – la compréhension des opérations et des relations mathématiques.*
- *La maîtrise des procédures – la maîtrise dans l'exécution de procédures de manière souple, exacte, efficace et appropriée.*
- *La compétence stratégique – la capacité à formuler, représenter et résoudre des problèmes mathématiques.*
- *Le raisonnement adapté – la capacité à produire des idées, des réflexions, des explications et des justifications logiques.*
- *La disposition constructive – la tendance naturelle à considérer les mathématiques comme une activité sensée, utile et digne d'intérêt, alliée à la persévérance et à une confiance en sa propre efficacité.*

National Research Council, 2001, p. 116.

Ce savoir mathématique définit tout récemment n'a pas encore pu servir d'étalon pour des études empiriques, et de ce fait aucune donnée fiable n'est disponible pour tester les relations entre l'enseignement et le savoir mathématique des élèves ainsi défini. Mais les résultats concernant les liens entre l'amélioration de la compréhension des concepts et la bonne maîtrise des procédures d'une part, et les deux caractéristiques de l'enseignement que nous avons décrites ci-dessus d'autre part, rendent plausible la conjecture selon laquelle ces deux caractéristiques favoriseraient le savoir mathématique.

En résumé

Nous pensons que deux caractéristiques de l'enseignement des mathématiques en classe favorisent le développement conceptuel des élèves (et peut-être même le savoir mathématique) – l'attention explicite aux connexions entre les idées, faits et procédures mathématiques d'une part, et l'engagement des élèves dans une confrontation à des sujets mathématiques complexes d'autre part. Nous pensons que le rôle de ces deux caractéristiques est mis en évidence par des arguments théoriques mais aussi par des données empiriques. Nous n'avons pas identifié tous les éléments d'un enseignement qui pourraient attirer l'attention des élèves sur les connexions pertinentes ou qui pourraient les engager dans une confrontation productive, mais nous avons décrit des exemples de stratégies (comme par exemple, poser des problèmes qui requièrent de faire des connexions et ensuite travailler ces problèmes de façon à ce que les connexions deviennent explicites pour les élèves). Le rôle central de l'enseignant a été noté lors de l'analyse des caractéristiques d'un enseignement favorisant l'acquisition de procédures efficaces. Sur la base de la littérature actuelle, les systèmes d'enseignement qui favorisent le développement de la compréhension opèrent avec des enseignants jouant des rôles plus ou moins directs.

Notre lecture de la littérature suggère que d'autres caractéristiques de l'enseignement qui sont parfois associées au développement conceptuel (par exemple l'utilisation de matériel, ou le fait de poser des questions d'ordre supérieur) sont trop spécifiques et trop étroitement associées aux conditions particulières dans lesquelles se déroule le cours,

pour pouvoir affirmer qu'elles peuvent s'appliquer à toutes les situations en classe. En effet, il n'y a pas assez de preuves pour affirmer que ces caractéristiques plus spécifiques, qui sont efficaces dans certaines conditions ou dans certains systèmes particuliers d'enseignement, seraient également efficaces dans d'autres conditions ou dans d'autres systèmes. Les deux caractéristiques que nous avons identifiées sont plus générales et semblent opérer dans une grande variété de contextes ou de systèmes d'enseignement.

Nous n'avons pas cherché à savoir si les deux caractéristiques – prêter attention aux connexions mathématiques et se confronter à des sujets mathématiques complexes – sont nécessaires pour promouvoir la compréhension des concepts, ou si l'une des deux seule serait suffisante, ou si des interactions entre ces deux caractéristiques existent, etc. Nous n'avons pas discuté également du fonctionnement éventuel de ces deux caractéristiques comme partie d'un groupe plus large de caractéristiques. Peut-être, par exemple, que chacune de ces deux caractéristiques fait partie d'un ensemble qui voyage, comme un groupe coordonné, à travers différents systèmes d'enseignement. L'élévation de la compréhension des concepts peut être due à un groupe de caractéristiques plutôt qu'à une seule caractéristique mise en évidence. Nous pensons que ces questions, tout comme la définition des actions d'enseignement spécifiques requises et la détermination des mécanismes responsables des effets de ces caractéristiques, sont des sujets prometteurs pour de futures recherches. Nous pensons également que ces questions justifient des investigations qui permettraient de transformer les objectifs d'apprentissage définis récemment comme

formant le savoir mathématique, en véritables outils de mesure (National Research Council, 2001). Il nous reste maintenant à analyser, tout d'abord la situation actuelle de l'enseignement dans les classes américaines en considérant les deux caractéristiques précédemment définies, pour terminer enfin par l'identification de plusieurs principes qui devraient servir de guides pour les recherches susceptibles de faire avancer notre connaissance sur les relations clés entre enseignement et apprentissage.

Les caractéristiques favorisant le développement conceptuel absentes de l'enseignement aux USA

Avant de terminer le chapitre sur le développement de la compréhension des concepts, nous nous devons de faire le point sur l'absence stupéfiante des deux caractéristiques identifiées comme favorisant cette compréhension des concepts des cours de mathématiques aux USA. En effet, depuis que les pratiques en classe sont étudiées d'une façon systématique aux USA, ces deux caractéristiques ont été très rarement observées. Hoetker et Ahlbrand (1969) ont revu les premières études décrivant des séances de cours, et ce dans tous les domaines, et ils ont rapporté que, depuis que des relevés sont effectués, l'enseignement dans les écoles américaines a souvent eu comme objectif de favoriser des acquisitions d'un faible niveau de compétence avec la mise en œuvre d'une routine de questions-réponses très contrôlée et restrictive, appelée récitation (*recitation*). Plusieurs études menées dans les années 70 confirment que cette observation générale concerne aussi les cours de mathématiques. Les auteurs décrivent des séances centrées sur des apprentissages de routine avec un modèle basique

d'enseignement que l'on retrouvait dans toutes les classes (Fey, 1979 ; National Advisory Committee on Mathematics Education, 1975 ; Stake et Easley, 1978). Welch (1978) décrit un cours de mathématiques typique en ces mots :

Tout d'abord, des réponses sont fournies au sujet des devoirs précédemment donnés. Une brève explication, parfois même aucune, est donnée sur le nouveau sujet, et des problèmes sont proposés pour le lendemain. Le reste du cours est consacré au travail indépendant et personnel des élèves pendant que l'enseignant circule dans la salle et répond aux questions. La chose la plus notable dans ces cours de maths était la répétition de cette routine (p. 5–6).

De récentes études ont montré que ce type de cours perdure de nos jours et que l'enseignement inclus rarement une attention explicite au développement conceptuel et engage très peu souvent les élèves dans une confrontation à des sujets mathématiques complexes (Hiebert et al., 2003 ; Rowan et al., 2004 ; Stigler, Gonzales, Kawanaka, Knoll et Serrano, 1999 ; Weiss, Pasley, Smith, Banilower et Heck, 2003).

L'analyse des vidéos issues de l'étude TIMSS en 1999 fournit des informations récentes et directes sur la nature de l'enseignement des mathématiques aux USA (Hiebert et al., 2003). Dans le but de comparer l'enseignement des élèves de 4^{ème} aux USA à celui qui est dispensé dans 6 autres pays développés européens ou asiatiques (l'Australie, la République Tchèque, Hong Kong, le Japon, les Pays Bas et la Suisse), une étude a été menée en 1999 et a concerné un

échantillon représentatif d'une centaine de cours enregistrés sur vidéo pour chacun de ces 7 pays. Un groupe international de chercheurs a défini plus de 75 codes permettant d'analyser la structure et l'organisation des cours, le contenu mathématique de ces leçons, et la façon dont ce contenu était travaillé durant le cours. Seuls les codes qui pouvaient être appliqués avec au moins 85% de concordance entre les observateurs étaient retenus.

L'un des codes utilisés pour l'analyse est particulièrement instructif et concerne la nature des problèmes mathématiques présentés et la façon dont ces problèmes étaient travaillés avec les élèves. Sur la base de supports écrits ou de leur présentation orale par l'enseignant, tous les problèmes ont pu être classés dans l'une des trois catégories définies par les processus mathématiques qui étaient apparemment visés : utiliser des procédures, énoncer des concepts, ou faire des connexions. "Faire des connexions" est d'un grand intérêt ici car faire des connexions (entre les idées, les faits et les procédures) est au cœur de notre définition de la compréhension des concepts. Un problème mettant en œuvre des connexions pourrait être "représenter les équations $y = 2x + 3$, $2y = x - 2$ et $y = -4x$, et examiner le rôle joué par les nombres dans la détermination de la position et de la pente des droites associées". Les problèmes classés dans la catégorie "énoncer des concepts" demandaient aux élèves de se souvenir ou d'illustrer des définitions ou des propriétés. Ces problèmes mettent rarement en jeu des recherches sur ou à partir des concepts car ils demandent simplement aux élèves de se remémorer ou de citer des concepts ou des propositions. Un problème de ce type pourrait être "placer le point de coordonnées (3,2) dans le plan". Les problèmes qui

visent à utiliser des procédures demandent aux élèves d'utiliser des procédures à priori connues pour résoudre des problèmes comme par exemple "résoudre l'équation $2x + 3 = 5$ ". Les résultats montrent qu'aux USA, lors d'une leçon classique, 17% des problèmes affichent une intention de faire des connexions ; ce pourcentage est compris dans l'intervalle des taux observés dans les autres pays (entre 15 et 24 %), à l'exception du Japon où ce taux est de 54%.

Les choses changent cependant quand on considère la façon dont les enseignants travaillent avec les élèves sur ces problèmes. Tous les problèmes qui ont fait l'objet d'une discussion ou d'un travail visible ont été codés une seconde fois dans l'une des trois catégories susmentionnées. Une quatrième catégorie "donner uniquement la réponse" a été créée, pour tenir compte des cas où aucun travail mathématique n'a été mené avec les élèves à l'exception de lire une réponse. La question "que se passe-t-il en classe quand des problèmes mettant en jeu des connexions sont abordés en cours ?", est d'un grand intérêt. Dans tous les pays, à l'exception de l'Australie et des USA, entre 37 et 52% de ces problèmes ont été travaillés de façon à ce que les connexions impliquées dans le problème à résoudre soient explicitées aux élèves – en examinant le problème, en comparant les différentes méthodes employées pour trouver une solution, en justifiant pourquoi certaines méthodes sont efficaces, etc. En Australie, 8% des problèmes faisant appel à des connexions étaient exploités de cette manière. Aux États-Unis, le pourcentage de problèmes mettant en jeu des connexions et qui étaient ensuite explicitées de cette manière est de 0% (Hiebert, 2003). L'analyse de cet échantillon représentatif des cours de mathématiques au niveau de la

classe de 4^{ème} aux USA montre que les élèves américains ne bénéficient pas d'un enseignement favorisant le développement conceptuel.

Avant de spéculer sur les raisons de l'absence de cette caractéristique de l'enseignement dispensé dans les classes américaines, nous insistons sur le degré de précision avec lequel les chercheurs se doivent d'observer le travail actuel des enseignants dans les classes pour détecter des différences selon les pays. Si le codage s'était limité au type de problèmes proposés aux élèves, les classes américaines auraient ressemblé à celles de nombreux autres pays. La description des enseignements –la manière dont les élèves et les enseignants interagissent autour du contenu– requière d'aller au-delà du curriculum pour décrire en détail la façon dont les enseignants mettent en œuvre ce curriculum. Analyser les connexions entre l'enseignement et l'apprentissage impose de décrire l'enseignement avec beaucoup de détails et de précisions. Notons que ce fait remet en question les résultats qui connectent l'opportunité d'apprendre avec la réussite des élèves quand l'opportunité d'apprendre est définie uniquement en termes de couverture du programme (Fletcher, 1971 ; Gamoran, Porter, Smithson et White, 1997 ; Porter et al., 1988). Comme l'a montré l'étude vidéo TIMSS menée en 1999, les problèmes sont plus ou moins efficacement exploités par les enseignants, et donc l'opportunité d'apprendre définie par l'exposition des élèves au programme scolaire n'assure pas que les élèves bénéficient d'une opportunité d'apprendre optimale. Ce point est crucial si on souhaite comprendre les mécanismes qui expliquent les résultats statistiques pour ensuite développer des recommandations basées sur ces résultats. Dit simplement,

les changements de curriculum ne sont pas synonymes de changements dans l'opportunité d'apprendre des élèves.

Un nombre important de facteurs peut expliquer cette longue et traditionnelle absence dans nos cours de mathématiques aux États-Unis des caractéristiques d'un enseignement qui favorisent la compréhension des concepts. On peut citer entre autres, la difficulté de changer des pratiques qui sont intégrées dans une culture, le manque d'énoncés et de sujets d'exercices, le manque de connaissance pédagogique nécessaire pour enseigner de différentes façons, la difficulté que représente la mise en œuvre de compétences complexes y compris quand elles sont ciblées par les enseignants, le manque de formations professionnelles, la pression exercée par la passation de tests imposés par le district ou l'état, et l'absence d'une base de connaissances utiles et accessibles aux enseignants pour améliorer leurs pratiques. Nous n'allons pas développer les arguments qui justifient chacune de ces explications, mais nous allons utiliser la dernière d'entre elles, l'absence d'une base commune de connaissance, comme tremplin pour notre dernier chapitre. La question que nous poserons dans ce dernier chapitre concerne le type des recherches futures qui seraient susceptibles d'induire de futurs progrès dans la connaissance du lien entre l'enseignement et l'apprentissage : de quelles informations cruciales avons-nous besoin et comment pouvons-nous les produire ?

Idées directrices pour de futures recherches sur les liens entre enseignement et apprentissage

Dans ce chapitre, nous identifions plusieurs principes qui, nous le pensons, devraient élever la qualité de la recherche qui poursuit comme objectif de relier l'enseignement à l'apprentissage des mathématiques. Certains de ces principes sont applicables immédiatement, et d'autres réclament d'être encore développés. Nous pensons que s'intéresser à chacun de ces principes, y compris quand ils sont encore en cours de développement, devrait permettre aux conclusions des multiples recherches à venir de contribuer à la construction d'une base de connaissance cohérente, utile et féconde, avec comme finalité l'amélioration de l'enseignement en classe.

Expliciter les types d'apprentissages attendus

La distinction faite précédemment entre les caractéristiques d'un enseignement qui favorisent la maîtrise des procédures et celles qui soutiennent la compréhension des concepts, annonce le premier principe qui doit guider la conduite des recherches sur les relations enseignement/apprentissage : les chercheurs doivent expliciter le type d'apprentissage qu'ils souhaitent évaluer. Caractériser l'enseignement par des termes généraux comme "efficace" ou "inefficace", n'est plus constructif. L'enseignement est efficace (ou non) pour permettre aux élèves d'atteindre un type d'apprentissage particulier. L'enseignement est efficace *pour* quelque chose et ce quelque chose doit être décrit et mesuré aussi précisément que possible.

Nous ne sommes pas en train d'affirmer qu'une correspondance simple existe entre certaines caractéristiques spécifiques de l'enseignement et certains apprentissages précisément identifiés. Cette question empirique n'a toujours pas de réponse. Bien sûr, les données que nous avons passées en revue précédemment indiquent déjà que les correspondances ne sont pas directes. Les caractéristiques de l'enseignement qui favorisent la compréhension des concepts semblent également favoriser la maîtrise des procédures. Quelles que soient les explications proposées pour ces relations particulières, nous devons retenir de la recherche de ces dernières années que les progrès futurs attendus dans la compréhension des connexions entre enseignement et apprentissage imposent de préciser quels sont les apprentissages mesurés et nécessitent de développer des outils d'évaluations qui mesurent directement ces apprentissages.

Nous recommandons que les objectifs qui constituent le savoir mathématique définis par le National Research Council en 2001, s'intègrent aux sujets de recherche à l'avenir. Cet objectif ambitieux, qui est défini par l'intégration de 5 domaines de connaissance, n'a pas été à ce jour opérationnalisé par le développement d'instruments de mesure. Un effort considérable doit être fait pour construire des instruments qui mesurent la réalisation de l'ensemble de ces 5 objectifs. Mesurer chaque objectif individuellement fait l'impasse sur la globalité de l'ensemble. C'est l'intégration de ces 5 objectifs qui caractérise le but final prometteur. Déterminer comment prendre en compte ces défis conceptuels et méthodologiques est une tâche urgente et importante à mener.

Construire des théories utiles pour la recherche

Une fois que les types d'apprentissage attendus sont fixés et que des instruments ont été développés pour permettre de les mesurer, des théories doivent guider les processus de recherche. Dans l'idéal, les théories vont guider les aspects clés du processus *entier* : (1) l'élaboration d'hypothèses qu'il convient de tester et qui concernent les connexions entre enseignement et apprentissage, (2) le choix et l'ajustement du type d'étude approprié pour répondre à chacune de ces questions et (3) l'analyse et l'interprétation des données. Précédemment, nous avons identifié le déficit en théories sur les liens entre enseignement et apprentissage comme étant une cause majeure de la mauvaise situation actuelle. Maintenant, nous rappelons au lecteur que l'existence de théories, y compris de théories locales, est d'un grand bénéfice pour guider la conception des études, comme pour connecter les résultats d'études disparates entre eux et enfin bâtir une base de connaissance utile pour l'enseignement.

Travailler à partir de théories permet aux chercheurs, entre autres, de *comprendre* ce qu'ils sont en train d'étudier. Les théories sur l'enseignement fournissent un cadre qui permet de comprendre les interactions entre les caractéristiques de l'enseignement et qui permet aussi de connaître les raisons pour lesquelles ces caractéristiques peuvent être plus ou moins efficaces, d'un système à l'autre, pour favoriser certains types particuliers d'apprentissage. Si ni les chercheurs ni les enseignants ne comprennent comment l'enseignement influence l'apprentissage dans un sens particulier, la connaissance est de peu d'utilité (Rowan, 2002). Comprendre les mécanismes qui expliquent les effets que peut avoir un

enseignement particulier permet aux enseignants d'adapter les caractéristiques intéressantes à leur propre situation sans changements fatals (Brown, 1996). C'est finalement ce qui rend la connaissance utile. Quand les connexions entre enseignement et apprentissage ne sont pas comprises, des informations isolées sur "ce qui marche" peuvent devenir des règles ou des prescriptions pour des pratiques qui sont appliquées de façon trop rigide ou au contraire modifiées de façon inappropriée. Les praticiens ont besoin de savoir comment modifier ou ajuster les prescriptions pour les adapter aux particularités de chaque classe d'élèves. Enfin, travailler à partir de théories est tout particulièrement crucial quand il s'agit de discuter de la politique à mettre en œuvre (voir le chapitre de conclusion).

Le processus qui permettrait de développer le plus efficacement possible des théories sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques n'est pas encore bien clair. Ruthven (2002) décrit deux processus différents pour bâtir des théories sur l'enseignement, attribués à des chercheurs français et italiens respectivement. Une première approche est caractérisée par un processus descendant dans lequel les chercheurs précisent les hypothèses à tester et où les enseignants appliquent ces prescriptions pour les tester. La seconde approche est caractérisée par un processus ascendant dans lequel les enseignants expérimentent des stratégies d'enseignement variées et, avec les chercheurs, détectent les principes généraux qui émergent alors progressivement. Nous pensons qu'il est trop tôt dans l'histoire de la recherche sur l'enseignement des mathématiques pour dire si l'une ou l'autre, ou même une troisième approche, serait plus productive pour générer des

théories utiles. Toutes les approches devraient être considérées.

Un appel à bâtir des théories est, fondamentalement, un appel aux chercheurs à clarifier les hypothèses qu'ils mobilisent quand ils conduisent des études empiriques. Les hypothèses sont pour les chercheurs l'expression de la façon dont ils ont compris le phénomène qui est au cœur de leur investigation. La déclaration explicite des hypothèses permet d'évaluer l'avancement de la recherche et d'objectiver l'état de la compréhension collective du phénomène étudié. Ainsi, les hypothèses et les théories que celles-ci génèrent n'aident pas seulement les chercheurs dans l'élaboration de leurs études empiriques, elles sont également un outil indispensable aux chercheurs pour qu'ils puissent communiquer les uns avec les autres en partageant leurs propres compréhensions des relations entre enseignement et apprentissage. Les hypothèses locales sont alors explicitées, affinées et accumulées, les théories peuvent émerger et relier entre elles des études disparates, permettant ainsi la construction d'une connaissance de base.

Des attentes réalistes sur ce que peut apporter la recherche

Un troisième principe à prendre en compte pour de futurs travaux de recherche est de reconnaître le rôle réel joué par cette recherche lors de la mise en place de politiques éducatives et de recommandations concernant des pratiques pédagogiques. Pour définir ce rôle de la recherche sur les relations entre enseignement et apprentissage, on peut reprendre les remarques de Gage (1978). Gage assure que développer une science de l'enseignement fiable et juste à

100 % est irréalisable, à cause des difficultés (présentées ci-dessus) que les chercheurs étudiant les connexions directes entre enseignement et apprentissage doivent surmonter. Mais, dit Gage, une base scientifique pour l'art de l'enseignement est possible. La construction d'une base théorique et empirique de plus en plus solide qui permettrait de prendre des décisions informées (quoiqu'encore incertaines) est un objectif réaliste. Gage cite le philosophe Josiah Royce (1891) :

Prendre comme prétexte les limites de la science pour ne rien en savoir, est stupide. Plus la science seule semble insuffisante, et plus nous avons besoin d'elle pour avancer dans notre travail (p.20)

Qu'une connaissance de base puisse inspirer les politiques ainsi que les pratiques, et permettre de prendre des décisions avec un certain niveau de confiance, est de notre point de vue, tout à fait réaliste. Le niveau de confiance augmente au fur et à mesure que la connaissance de base devient plus détaillée, riche et cohérente. Comme la recherche est plus avancée dans certains domaines, les décisions concernant les pratiques d'enseignement favorisant des objectifs d'apprentissage dans ces domaines—là peuvent être prises avec une certaine confiance.

L'incertitude concernant les propositions issues de ce domaine de la recherche est à peu près comparable à celle que l'on rencontre dans de nombreux autres champs de la recherche concernant des comportements humains complexes. Ainsi en est-t-il du domaine de la santé et de la nutrition. La recherche scientifique sur les effets de l'exercice

physique, des régimes alimentaires et de l'absorption de médicaments, conduit à recommander certaines règles de vie qu'il convient d'adopter pour être en bonne santé. Les fruits et les légumes sont bénéfiques pour plusieurs raisons. Une faible dose d'aspirine quotidienne diminue le risque d'accident vasculaire cérébral. Une certaine dose de fibres dans notre régime alimentaire réduit le risque de développer un cancer du côlon. Mais, comme en éducation, la plupart de ces recommandations sont faites avec un certain niveau de confiance, et non avec certitude. Et plus la précision des recommandations augmente, plus le niveau de confiance diminue. Les fruits et légumes sont bénéfiques, mais y en a-t-il un meilleur que les autres, et combien de portions doit-on exactement consommer ? Tout le monde doit-il prendre une petite dose d'aspirine tous les jours ? Qu'en est-il des plus jeunes, et de ceux dont l'estomac est sensible à ce médicament ? Comme dans le domaine de l'éducation, le problème vient du fait que de très nombreuses interactions influencent les effets d'un traitement particulier – la physiologie de l'individu, son activité physique, son poids, son âge, etc. Recommander avec certitude un régime alimentaire optimal ou un traitement médical ou un style de vie, est impossible. Mais disposer d'une base de connaissances qui permette de prendre des décisions informées avec un niveau de confiance en constante augmentation est tout à fait envisageable.

Un dernier parallèle entre les décisions prises au sujet de la santé physique et celles prises concernant l'éducation nous semble important à souligner. Les lecteurs auront certainement remarqué que, quand une nouvelle information sur la nutrition ou sur les traitements médicamenteux est

disponible, les recommandations changent, et ce parfois de façon abrupte. Devons-nous manger de la margarine ou du beurre ? Durant de nombreuses années, la margarine était l'alternative santé au beurre. Avec les nouvelles connaissances dont nous disposons au sujet des acides gras, le beurre pourrait finalement s'avérer être un meilleur choix. Des recommandations sur des sujets plus sérieux, comme les traitements hormonaux et le cancer du sein, ont connu également des changements considérables, avec parfois des virages à 180°. Cela ne signifie pas que les professionnels du monde de la santé soient devenus idiots ou paresseux ou auraient conduit des recherches mal construites, sans réfléchir. En fait, les problèmes sont extrêmement complexes, et tenir compte de toutes les interactions et facteurs qui jouent un rôle dans les traitements et affectent leurs résultats, est très difficile. Remarquons également que le public fait confiance aux informations données par les professionnels de santé les plus récentes, réputées les plus fiables, même si elles sont susceptibles de changer dans le futur. La même remarque devrait être valable en ce qui concerne l'éducation et les relations entre l'enseignement et l'apprentissage.

Une des implications de cette analyse est que les enseignants, tout comme le public, ne devraient pas attendre que des expériences décisives en matière d'éducation soient réalisées. Ils ne devraient pas attendre qu'une (ou plusieurs) étude, quelle que soit son ampleur et sa qualité, soit menée pour connaître le type d'enseignement le plus adapté pour atteindre tel ou tel objectif d'apprentissage particulier. Les études bien conçues qui proposent des résultats clairs peuvent augmenter le niveau de confiance avec lequel les

caractéristiques d'un enseignement peuvent être recommandées, mais les recommandations seront toujours sujettes à des changements quand de meilleures informations seront disponibles ou quand les conditions changeront.

Nous concluons ce chapitre en rappelant au lecteur que toutes les décisions en matière d'éducation ne sont pas, ni ne devraient être, basées sur la recherche. Les types d'apprentissage attendus, par exemple, sont en lien avec ce que la société valorise et devraient être déterminés, en partie, après des débats publics autour de ces valeurs (Hiebert 2003). La compréhension des concepts est-elle importante ? Doit-elle constituer une priorité ou d'autres compétences sont-elles plus importantes ? La recherche peut informer la société sur ce qui est possible mais non sur ce qui est souhaitable. Dès qu'un type d'apprentissage est sélectionné et explicité, ce qui repose au moins en partie sur un jugement de valeur, alors les chercheurs peuvent examiner les caractéristiques d'un enseignement qui favoriseraient l'accomplissement de cet apprentissage.

Avantages et inconvénients des différentes méthodes de recherches

Le quatrième principe que nous nous proposons de suivre pour élever la qualité des recherches menées sur les relations entre l'enseignement en classe et l'apprentissage, est de considérer avec soin les avantages et les inconvénients des différents types de recherches ou de stratégies mises en œuvre quand des études empiriques sont conçues et des données interprétées. Nous avons élaboré ce principe en considérant les éléments liés à trois thèmes particuliers : la

conception des études qui comparent les effets de plusieurs méthodes d'enseignement ; la conception des études qui étudient les corrélations entre les caractéristiques d'un enseignement et certains apprentissages chez les élèves ; et l'équilibre à trouver entre études qualitatives de petite taille et études quantitatives de grande ampleur.

Comparer différentes méthodes d'enseignement

Les études qui comparent les apprentissages des élèves soumis à deux méthodes d'enseignement, voire plus, sont souvent quasi-expérimentales (Campbell et Stanley, 1963). Certaines caractéristiques méthodologiques sont dignes des expériences scientifiques (comme le contrôle de certaines variables quand la différence entre les autres variables est étudiée) mais d'autres ne le sont pas (pas de distribution aléatoire des élèves dans le groupe traitement). L'un des avantages de ces études comparatives est qu'elles ont souvent une validité écologique. C'est-à-dire qu'elles sont conduites dans des classes réelles avec toute leur complexité naturelle. Les méthodes d'enseignement sont appliquées comme des systèmes, avec toutes leurs interactions habituelles. La possibilité pour ces études de contrôler certains des facteurs qui influencent de façon évidente les résultats, représente un second avantage. Par exemple, les prétests peuvent assurer des niveaux de compétence et de connaissance similaires chez les élèves dans les différents groupes de traitements au départ, les contenus d'enseignement peuvent être les mêmes dans les groupes à l'exception de ce qui concerne l'expérimentation, et des observations menées dans les classes peuvent assurer la conformité et l'application des traitements.

Certains des inconvénients des études quasi-expérimentale qui comparent des méthodes d'enseignement sont inhérents à leur conception et il est difficile pour les chercheurs de les contrôler. La validité écologique qui assure une application réaliste de la méthode d'enseignement implique également que cette méthode ne soit pas répliquable à l'identique dans d'autres contextes. Comme noté plus haut, de nombreux facteurs, y compris les caractéristiques et comportements des élèves eux-mêmes, influencent la manière dont les méthodes sont appliquées et, par conséquent, influencent les apprentissages. Le défi pour les chercheurs consiste à déterminer si des caractéristiques d'un enseignement robustes à l'intérieur d'un système d'enseignement conduisent à des résultats particuliers et indépendants des changements de système inévitables quand on passe d'une classe à l'autre. Cela exige de réaliser de nombreuses réplifications, réplifications qui sont peu souvent utilisées par les chercheurs en éducation. Elles sont pourtant un outil des plus puissants et permettraient de définir les caractéristiques d'un enseignement qui fait la différence, même après des mises en œuvre différentes dans un même système d'enseignement, et même quand les systèmes d'enseignement sont eux-mêmes différents.

Ces études qui comparent des enseignements différents ont un autre inconvénient qui est plus facile à prendre en compte par les chercheurs. Trop souvent en effet, les publications relatives aux études comparatives ne décrivent pas suffisamment les caractéristiques des enseignements ou des méthodes étudiées. Or sans une description complète des caractéristiques des enseignements comparés, les résultats ne peuvent pas être interprétés de façon à connecter les types

particuliers d'enseignement avec des types particuliers d'apprentissage. Et sans ces interprétations, il est impossible de *comprendre* les relations qui sont observées. Montrer que des apprentissages plus performants sont observés après la mise en œuvre d'un enseignement simplement décrits comme "centré sur l'élève", quand on le compare à un enseignement tout aussi succinctement décrit comme "instruction directe", n'est d'aucune valeur. Il n'est pas possible de développer des hypothèses plus spécifiques sur ce qui, exactement, dans l'approche centrée sur l'élève, favorise l'apprentissage de l'élève. Et cette mauvaise compréhension des connexions conduit à des "mutations létales" quand on applique ces enseignements à d'autres contextes (Brown et Campione, 1996).

La description insuffisante des méthodes d'enseignement est une lacune souvent présente dans les études qui incluent des conditions contrôles. La méthode expérimentale est en général décrite avec détails, mais la description de la méthode contrôle se limite souvent à des phrases aussi énigmatiques que "un enseignement traditionnel a été appliqué" ou "le manuel a été étroitement suivi". La maigreur des descriptions des méthodes d'enseignement contrôles diminue la portée des conclusions qui concernent les méthodes expérimentales obtenant de meilleurs résultats. En effet, la portée d'une telle conclusion dépend autant de la qualité de la méthode contrôle que de la qualité de la méthode expérimentée. Quand des bénéfices sont annoncés pour une méthode d'enseignement comparée à une autre, en l'absence d'une analyse de toutes les méthodes comparées la qualité et la portée éducative de cette conclusion est du même niveau que la qualité de la moins bonne méthode d'enseignement

étudiée. Si la qualité de la méthode d'enseignement identifiée comme la moins bonne est très faible, ou insuffisamment décrite, alors les résultats qui montrent que l'autre méthode est meilleure sont de faible importance. Pour analyser les comparaisons faites entre des méthodes d'enseignement, toutes les méthodes doivent être précisément décrites.

Nous concluons ce chapitre par une suggestion concernant les sujets de recherche. L'histoire montre que les hypothèses formulées par les études dans le domaine des sciences sociales se trouvent être la plupart du temps confirmées (Greenwald, Pratkanis, Lieppe et Baumgardner, 1986). C'est particulièrement vrai en ce qui concerne la supériorité attendue des méthodes expérimentales sur les méthodes contrôles. De nombreux biais bien connus, comme l'effet Hawthorne, expliquent probablement la confirmation fréquente de ces hypothèses. Mais, comme l'affirme Greenwald (1986), cette tendance pourrait et doit être contrecarrée en changeant la nature de la question. Plutôt que de chercher à répondre à la question "la méthode A est-elle meilleure que la méthode B ?" les chercheurs devraient s'efforcer de déterminer "les conditions dans lesquelles la méthode A serait meilleure que la méthode B". En traduisant cette suggestion dans la situation qui nous intéresse ici, nous recommandons de poser plus de questions du type "quelles sont les conditions qui expliquent que les caractéristiques de l'enseignement du système A favorisent la réussite des objectifs d'apprentissage mathématiques particuliers de façon plus efficace que les caractéristiques de l'enseignement du système B ?". En fait, c'est exactement ce qui caractérise l'étude de Brownell et Moser (1949) qui reçurent les félicitations de Cronbach (1986). Cronbach se fait l'écho des

recommandations de Greenwald (1986) en soulignant les avantages gagnés à déterminer les conditions dans lesquelles certains enseignements particuliers sont efficaces, plutôt qu'à chercher à établir la supériorité (ou non) de telle ou telle méthode.

Corrélations entre enseignement et apprentissage

Une méthode de recherche classique qui a pour objectif de faire le lien entre un enseignement et un apprentissage, est de mesurer une variété de caractéristiques spécifiques de l'enseignement d'un côté, les gains dans la réussite des élèves d'un autre côté puis, grâce à des techniques de corrélation, d'identifier les caractéristiques qui correspondent le mieux aux apprentissages des élèves. Connue comme la recherche *process-product* (Brophy et Good, 1986 ; Dunkin et Biddle 1974), cette approche se concentre souvent sur le calcul de la fréquence de certains comportements des enseignants et sur la détermination de leur corrélation avec les gains de réussite réalisés par les élèves et mesurés par des tests standardisés. Cette approche est à l'origine des modèles décrits plus haut qui relient des caractéristiques de l'enseignement avec la maîtrise des procédures par les élèves.

Les avantages de cette méthode qui vise à établir des corrélations, sont liés à sa capacité à sélectionner les caractéristiques de l'enseignement qui peuvent être des facilitateurs clés pour l'apprentissage et d'écarter celles qui font partie du traitement mais ne sont pas significatives. Par exemple, les caractéristiques étudiées peuvent concerner les modalités de la proposition faite aux élèves de rechercher et présenter plusieurs types de solutions à un problème, ou bien

le temps passé à travailler en groupe pour développer des solutions collectives. L'une de ces caractéristiques (ou une interaction entre elles deux) peut être plus importante que l'autre pour le développement conceptuel des élèves. Des recherches corrélatives bien conçues peuvent apporter des informations utiles. Schoen, Cebulla, Finn et Fi (2003) ont présenté une étude de ce type qui a permis de sélectionner certains facteurs d'enseignement dans une classe où une modification du curriculum était mise en œuvre. Bien que l'approche traditionnelle process-product sélectionne un type spécifique de comportement chez l'enseignant et utilise des tests standardisés pour mesurer les apprentissages, l'approche corrélationnelle n'est pas limitée à l'étude de variables dépendantes et indépendantes. Cette approche est également particulièrement utile pour créer des cartes initiales du terrain quand peu d'hypothèses sont disponibles, et identifier ainsi les caractéristiques de l'enseignement qui pourraient favoriser certains types d'apprentissage.

L'inconvénient majeur de ces approches corrélationnelles est le revers de son plus grand avantage – la présomption que l'enseignement serait constitué d'une collection de caractéristiques interchangeables et que l'effet d'une caractéristique pourrait être mesuré indépendamment de ses interactions avec les autres caractéristiques du système. Bien que de nombreux chercheurs affirment explicitement que "tout acte d'enseignement n'a de sens que mis en relation avec d'autres comportements liés à l'enseignement et prenant place dans la classe" (Good, 1983), leurs avertissements sont souvent négligés dans les résumés et les synthèses de recherches et n'apparaissent pas dans les conclusions de leurs recherches quand ces dernières sont

incorporées à la formation des enseignants. Si on ne prend pas en compte tout le système dont la caractéristique mise en lumière est un élément, les recommandations issues des études *process-product* peuvent être aussi simplistes et fausses que des affirmations du type "les enseignants devraient mettre plus souvent en œuvre la méthode X". Ainsi, comme nous l'avons noté plus tôt, pour faire face aux défis méthodologiques rencontrés lors du développement de théories pertinentes sur les relations entre enseignement et apprentissage, l'enseignement doit être conçu comme un système de caractéristiques en interaction et les idées trop simplistes sur l'enseignement devront être évitées.

Malgré ce danger, nous pensons que les approches corrélationnelles ont un rôle à jouer pour analyser le lien entre enseignement et apprentissage. Elles peuvent permettre d'identifier les caractéristiques de l'enseignement susceptibles d'avoir un effet important sur l'apprentissage et qui mériteraient de faire l'objet d'études supplémentaires ; elles peuvent aussi fournir des données descriptives permettant de développer des hypothèses concernant les relations entre enseignement et apprentissage. Tout aussi important, et ce particulièrement dans l'environnement complexe d'une salle de cours où l'apprentissage scolaire prend place, les études corrélationnelles permettent de différencier les variables susceptibles de jouer un rôle majeur de celles susceptibles de jouer un rôle mineur dans des situations particulières d'enseignement et ainsi favoriser le développement d'hypothèses que l'on pourra ensuite tester pour enfin contribuer à la conception d'études plus intéressantes à mettre en œuvre.

Études qualitatives de petite taille et études quantitatives de grande ampleur

Dans le climat de recherche actuel, la pression grandit pour que la fiabilité des résultats soit évaluée par des études expérimentales de grande ampleur mettant en œuvre une répartition aléatoire des élèves, études qui ont comme objectif de trier les causes parmi les pratiques d'enseignement observées en classe d'une part et leurs effets sur les apprentissages des élèves d'autre part (Coalition for Evidence-Based Policy, 2003). Pour partie en réponse à ces pressions, le National Research Council a publié un rapport qui propose les lignes directrices définissant les règles que les recherches scientifiques dans le domaine de l'éducation se doivent de suivre (National Research Council, 2002). Plusieurs chercheurs ont déclaré qu'une approche équilibrée entre approches qualitatives et quantitatives aurait les meilleures chances de faire progresser ce champ de la recherche (voir, par exemple, Maxwell, 2004). Nous pensons que de petites études qualitatives et de grandes études quantitatives ainsi que des études « mixtes » ont toutes un rôle utile à jouer dans l'avancement de notre compréhension des relations entre enseignement et apprentissage. L'analyse de Cage (1978) est un bon point de départ pour souligner les contributions de ces différentes approches : les approches qualitatives révèlent ce qui est possible alors que les approches quantitatives calculent ce qui est probable. Mais on peut être plus précis.

Les études qualitatives de petite échelle peuvent fournir des éléments essentiels à la recherche. De telles études sont indispensables pour développer et évaluer des outils qui permettraient de mesurer certaines caractéristiques des

enseignements comme des apprentissages. Et le niveau de compréhension des élèves confrontés à des sujets mathématiques complexes doit faire l'objet d'une attention toute particulière, comme cela est proposé dans le rapport du National Research Council (2004) sur l'efficacité des évaluations de la réforme du curriculum mathématique. Les études qualitatives de petite échelle permettraient également une compréhension approfondie des méthodes d'enseignement avant que des études de plus grande ampleur testent les effets de ces méthodes sur de plus grands échantillons d'élèves. De plus, bien que les études cas-témoins ne soient pas fréquemment mises en œuvre pour tester des hypothèses, elles peuvent, comme le propose Yin (2000), permettre d'exclure des hypothèses rivales si elles sont soigneusement conçues.

Finalement, et c'est peut-être le plus important, les études qualitatives de petite taille peuvent fournir des données qui permettent de mieux comprendre la façon dont les systèmes d'enseignement opèrent pour favoriser l'apprentissage (Maxwell, 2004). Une autre anecdote empruntée au domaine médical est ici instructive. En écoutant le programme de la Radio Publique Nationale "Morning edition" le 7 décembre 2004 (Knox, 2004), on apprend qu'une étude de très petite taille a récemment testé l'effet d'un vaccin destiné à lutter contre une pathologie pré-leucémique, la myélodysplasie. Le vaccin a non seulement induit une réponse immunitaire dans environ 60 % des cas mais, de façon tout à fait inattendue, il a également favorisé la rémission dans plusieurs cas de cancer. "Maintenant" annonçait alors Richard Knox "la question est bien de comprendre pourquoi ce vaccin est efficace". Tant que les chercheurs ne comprennent pas pourquoi ce vaccin a

des effets favorables, ils ne peuvent pas l'adapter à des essais dans d'autres conditions, ou à une plus large échelle. Il y a de bonnes raisons pour appliquer une logique similaire à la recherche sur l'enseignement et l'apprentissage. Les études qualitatives de petite taille peuvent détecter l'existence des effets induits par certains enseignements et ensuite défaire le système de leurs caractéristiques en interaction pour explorer les mécanismes de leurs effets. Comprendre pourquoi des caractéristiques particulières favorisent des types particuliers d'apprentissage est essentiel pour affiner des hypothèses, pour adapter le système d'enseignement à d'autres conditions, et pour tester ces effets à une large échelle.

Les études quantitatives de grande ampleur jouent également un rôle essentiel dans l'élaboration d'une base de connaissance utile pour l'enseignement. Parce que les liens entre enseignement et apprentissage sont influencés par de nombreuses variables dépendantes du contexte, les études de grande échelle sont indispensables pour juger de l'ampleur de ces effets et estimer la probabilité que les liens identifiés entre enseignement et apprentissage soient toujours présents dans des contextes divers avec des façons d'enseigner variées. Les chercheurs ne peuvent pas contrôler tous les facteurs qui influencent l'apprentissage des élèves dans une classe ni tous les effets des interactions entre les caractéristiques de l'enseignement intéressantes et le système dans lequel elles opèrent, et c'est pourquoi la reproduction dans un grand nombre de classes et sur de nombreux élèves reste l'une des meilleures stratégies pour détecter les liens entre enseignement et apprentissage (Hiebert, Gallimore et Stigler, 2002). Nous recommandons de prendre au sérieux l'exhortation à réaliser des études de grande ampleur sur les

relations de cause à effet qui ont comme but de tester des hypothèses au sujet des liens entre enseignement et apprentissage. Avec Cohen (2003) et d'autres avant lui (par exemple Bownell et Moser en 1949), nous recommandons d'étudier les effets de l'application de systèmes d'enseignement dans différentes conditions avec des objectifs d'apprentissages clairement définis. Dans la mesure où les facteurs sans intérêt peuvent être contrôlés (par exemple en appliquant l'enseignement de façon similaire dans toutes les classes, ou par la désignation aléatoire des élèves dans le groupe traitement), les résultats pourront être interprétés avec clarté et confiance. Comme nous l'avons déclaré auparavant, le contrôle total des facteurs est improbable mais cela ne doit pas diminuer les efforts faits pour concevoir des études contrôlées de bonne qualité.

Des études qualitatives de petite taille et des études quantitatives menées à grande échelle sont essentielles pour construire une base de connaissance sur l'enseignement fondée sur un corpus théorique et utile pour la pratique enseignante. Aucune n'est suffisante ; les deux sont nécessaires. La confiance avec laquelle des conclusions peuvent être tirées sur l'efficacité de certaines caractéristiques ou de certains systèmes d'enseignement augmente avec la convergence de conclusions similaires issues de plusieurs études utilisant des méthodologies différentes. Nous sommes d'accord avec le National Research Council (2002) qui assure que "si une conjecture ou une hypothèse de recherche peut soutenir un examen rigoureux par plusieurs études utilisant des méthodes différentes, alors sa crédibilité en est grandement augmentée" (p.64). La question ne porte pas sur le choix de l'une de ces deux

approches mais plutôt sur la manière de mettre en œuvre ces deux approches pour en tirer des bénéfices complémentaires.

En conclusion

Nous avons comme objectif annoncé au tout début de ce texte, la volonté d'examiner honnêtement la question de l'efficacité de l'enseignement. Pourquoi est-il si difficile de trouver des informations fiables à ce sujet ? Qu'est-ce qu'on en sait vraiment ? Et comment la communauté éducative mathématique peut-elle en apprendre plus sur les relations entre enseignement et apprentissage ? Nous maintenons que ces questions touchent au cœur de la recherche sur l'éducation car (1) ces questions sont au fondement de l'activité éducative et sont des sujets de recherche fondamentale et que (2) l'amélioration des pratiques en classe dépend des réponses apportées. Cela place les chercheurs dans une position difficile. Les questions auxquelles ils sont confrontés sont fondamentales et complexes, et dans le même temps ils se trouvent sous la pression des agences gouvernementales et des politiques qui leur demandent de produire rapidement des réponses simples et faciles à comprendre, tout en étant basées sur des preuves solides. Comment s'engager dans ce travail de manière efficace ?

Poser la simple question "qu'est ce qui marche ?" ("*what works ?*") est actuellement une entrée en matière populaire aux Etats-Unis. Le What Works Clearinghouse lancé en 2004 (Viadero, 2004) est le dernier-né d'une série d'efforts produits par le gouvernement américain (US Departemnt of Education, 1987), les gouvernements fédéraux (par exemple Dixon, 1998) et les organisations professionnelles (par exemple Cawelti, 2004) pour fournir aux praticiens des

conseils explicites basés sur des preuves dans le but d'améliorer les pratiques d'enseignement. Le What Works Clearinghouse a comme objectif d'établir une série de recommandations sur les questions portant sur l'éducation en conduisant des analyses sur des programmes d'interventions comme sur les pratiques. D'une façon similaire à la procédure d'analyse mise en œuvre par Dixon (1998) pour identifier les meilleures pratiques mises en œuvre durant les cours de mathématiques, le What Works Clearinghouse va éliminer la plupart des études examinées en utilisant un ensemble de critères de sélection. En particulier, toutes les études qui n'utilisent pas de groupes de comparaison pour leur analyse du lien de cause à effet seront exclues. Les études sélectionnées constituent un segment des études quantitatives de grande échelle décrites plus tôt. Elles constituent un élément important qui concourt à cette analyse et fournissent des informations essentielles sur la relation entre enseignement et apprentissage. Mais, en général, ces études comparatives à grande échelle ne permettent pas de comprendre pourquoi les relations mises en avant existent, ni comment des caractéristiques particulières à un enseignement favorisent précisément certains types d'apprentissage. Comme nous l'avons déclaré précédemment, les praticiens doivent comprendre pourquoi certaines caractéristiques d'un enseignement particulier favorisent les apprentissages des élèves de manière à ce qu'ils puissent apporter les modifications appropriées et inévitables leur permettant de répondre aux besoins de leurs propres classes. Un certain niveau de compréhension est indispensable pour prévenir des mutations qui diminueraient l'efficacité de leur enseignement (Brown, Campione, 1996).

Nous applaudissons l'idée de fixer une ligne de conduite pour analyser les recherches afin de déterminer les méthodes les plus efficaces. Les éducateurs ont besoin d'informations fiables pour prendre des décisions informées concernant leur enseignement. Notre inquiétude concernant les limites du cadre fixées par le What Works Clearinghouse, en aucune façon ne diminue l'importance de leurs objectifs ni l'urgence qu'il y a à les atteindre. En fait, nous pensons que ces objectifs doivent être poursuivis avec combativité par la communauté des chercheurs sur l'enseignement des mathématiques. Ces chercheurs sont dans la meilleure position qui soit pour créer et développer la meilleure des solutions possibles.

Nous concluons ici en proposant une voie qui nous semble plus utile, plus riche et plus durable. Nous proposons la construction systématique et cohérente d'une base de connaissances qui éclaire efficacement les liens entre enseignement et apprentissage *et* qui propose des théories expliquant les mécanismes à l'origine de tels liens. Les chercheurs devront participer à cet effort en accumulant des connaissances sur les relations enseignement–apprentissage qui ont un intérêt direct pour les enseignants dans leurs classes et en recherchant avec constance les preuves permettant que des recommandations soient élaborées avec une fiabilité suffisante. Nous espérons que ces efforts seront appliqués à différents modèles de collaborations entre chercheurs et enseignants (Hiebert et al., 2002 ; Ruthven, 2002) et seront caractérisés par les principes que nous avons évoqués dans ce texte. L'enseignement efficace sera étudié en relation avec des apprentissages clairement identifiés et

mesurés de façon à ce que les conclusions soient formulées, non pas sous la forme "la méthode A est efficace" mais sous la forme "la méthode A est efficace dans les conditions X pour les apprentissages Y". Les hypothèses et les théories guideront tous les aspects du processus de recherche de façon à ce que des conjectures puissent être proposées qui expliquent pourquoi et comment les caractéristiques d'un enseignement ou les systèmes entiers ciblés favorisent (ou ne favorisent pas) les apprentissages des élèves. Les conditions dans lesquelles les caractéristiques sont efficaces seront détaillées de façon à ce que les utilisateurs puissent interpréter ces conclusions à la lumière de leur propre situation. Des tests sur les hypothèses concernant les relations entre enseignement et apprentissage seront répliqués dans des contextes variés pour étudier l'influence de facteurs contextuels de manière à ce que les conclusions soient tirées avec la plus grande fiabilité et précision possible. Les revues de la littérature rechercheront les ensembles de résultats cohérents et stables, émanant d'études conçues avec des méthodes de recherche différentes pour augmenter la fiabilité avec laquelle les conclusions peuvent être tirées.

Pour construire cette base de connaissance plus riche que nous appelons de nos vœux, les débats doivent s'éloigner des discussions qui visent à déterminer le type de méthodes de recherche appropriées pour se rapprocher de questions relatives à l'amélioration de la qualité de toutes les méthodes de recherche employées. Que la mise en œuvre de plusieurs types de recherche soit plus favorable que la mise en œuvre d'un seul et unique type de recherche doit être un principe acquis et les chercheurs doivent se mobiliser pour rassembler des données avec des niveaux importants de fiabilité, quel

que soit le type de recherche employé. Des discussions comme celles initiées par Hanna (1998), Kilpatrick (1993), Lester et Lambdin (1998), Nissen et Blomhøj (1993), et Simon (2004) sur la qualité des recherches sur l'enseignement des mathématiques devraient se poursuivre et s'étendre.

Une base de connaissance telle que nous l'attendons ne peut pas se construire sans moyens. Conduire des études comparatives de grande ampleur sur les enseignements et qui fourniront des informations cruciales, est particulièrement onéreux. Constituer des réseaux de chercheurs qui peuvent lancer des séries d'études coordonnées et construire un enchaînement cohérent de travaux requiert un investissement à long terme. Aucune entreprise de recherche ayant conduit à des avancées significatives n'était chichement financée. Les fonds pour la recherche sur l'enseignement des mathématiques aux USA proviennent essentiellement de la National Science Foundation et de l'U.S. Department of Education, et, comme l'a souligné une étude menée par le RAND sur le financement des recherches en éducation des mathématiques de 1996 à 2001, aucune de ces organisations gouvernementales n'a de stratégie à long terme visant à financer la recherche pour l'enseignement des mathématiques et son développement. En fait, le budget pour la recherche et le développement de ces deux organisations constitue une part minuscule de leur budget total pour l'éducation (Lacampagne, Newton et Markham, 2001). Rassembler des informations basées sur des preuves de bonnes qualités au sujet des relations enseignement-apprentissage dans les classes de mathématiques demanderait beaucoup plus d'argent que ce que les États-Unis sont actuellement disposés à dépenser.

La base de connaissance que nous envisageons et qui ferait le lien entre les enseignements et les apprentissages en mathématiques commence à prendre forme, malgré les ressources limitées. Mais elle reste difficile à repérer. Cachée dans les archives des bibliothèques et éparpillée dans le temps, elle est perdue dans le flot d'innombrables informations. Les enseignants (et les chercheurs) doivent déployer trop d'efforts pour y accéder. Des publications récentes ont pu rassembler des informations (English, 2002 ; Kilpatrick et al., 2003 ; National Research Council, 2001 ; Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 2007), et nous espérons que ce texte va contribuer à ces efforts. Mais la plus grande partie de ce travail se fait à posteriori, imposant aux chercheurs de devoir détecter certains modèles à travers des travaux conduits indépendamment les uns des autres, sans connexion entre eux. Beaucoup de temps pourrait être gagné en lançant des programmes de recherche connectés, et ce de façon intentionnelle et explicite. Par le développement de théories, la mise en œuvre de réplifications planifiées et d'autres activités de recherche connectant les différentes communautés de chercheurs, une base de connaissance cohérente, riche, accessible et utile, peut être construite. Les questions du type "qu'est-ce qui marche ?" (*what works ?*) pourraient alors trouver une réponse, avec toute la richesse et l'exactitude que les enseignants méritent.

Références

Ausubel, D. P. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. New York : Grune & Stratton.

Ball, D. L. (1993). Halves, pieces, and twoths: Constructing and using representational contexts in teaching fractions. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers : An integration of research* (pp. 157–195).

Hillsdale, NJ : Erlbaum. Ball, D. L., & Rowan, B. (2004). Introduction : Measuring instruction. *Elementary School Journal*, 105, 3–10.

Berliner, D. C. (1976). Impediments to the study of teacher effectiveness. *Journal of Teacher Education*, 27, 5–13.

Bjork, R. A. (1994). Memory and metamemory considerations in the training of human beings. In J. Metcalfe & A. Shimamura (Eds.), *Metacognition: Knowing about knowing* (pp. 185–205). Cambridge, MA : MIT Press.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 41–62.

Borko, H., Stecher, B. M., Alonzo, A., Moncure, S., & McClam, S. (2003). *Artifact packages for measuring instructional practice : A pilot study*. Retrieved June 30, 2004, from <http://www.cresst.org/reports/R615.pdf>

Brophy, J. E. (1988). Research on teacher effects: Uses and abuses. *Elementary School Journal*, 89, 3–21.

Brophy, J. E. (1997). Effective instruction. In H. J. Walberg & G. D. Haertel (Eds.), *Psychology and educational practice* (pp. 212–232). Berkeley, CA : McCutchan.

Brophy, J. E. (1999). *Teaching* (Education Practices Series

No.1). Geneva : International Bureau of Education. Retrieved June 10, 2002, from <http://www.ibe.unesco.org>

Brophy, J. E., & Good, T. L. (1986). Teacher behavior and student achievement. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 328–375). New York : Macmillan.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, The Netherlands : Kluwer.

Brown, A. L., & Campione, J. C. (1996). Psychological theory and the design of innovative learning environments : On procedures, principles, and systems. In L. Schauble & R. Glaser (Eds.), *Innovations in learning : New environments for education* (pp. 289–325). Mahwah, NJ : Erlbaum.

Brown, S. I. (1993). Towards a pedagogy of confusion. In A. M. White (Ed.), *Essays in humanistic mathematics* (pp. 107–121). Washington, DC : Mathematical Association of America.

Brownell, W. A. (1935). Psychological considerations in the learning and teaching of arithmetic. In W. D. Reeve (Ed.), *The teaching of arithmetic: Tenth yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 1–31). New York : Teachers College, Columbia University.

Brownell, W. A. (1947). The place of meaning in the teaching of arithmetic. *Elementary School Journal*, 47, 256–265.

Brownell, W. A. (1948). Criteria of learning in educational research. *Journal of Educational Psychology*, 39, 170–182.

Brownell, W. A., & Moser, H. E. (1949). Meaningful vs. mechanical learning: A study in grade III subtraction. *Duke University Research Studies in Education* (No. 8). Durham, NC :

Duke University Press.

Brownell, W. A., & Sims, V. M. (1946). The nature of understanding. In N. B. Henry (Ed.), *Forty-fifth yearbook of the National Society for the Study of Education: Part I. The measurement of understanding* (pp. 27–43). Chicago : University of Chicago Press.

Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1963). Experimental and quasi-experimental designs for research on teaching. In N. L. Gage (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 171– 246). Washington, DC : American Educational Research Association.

Capon, N., & Kuhn, D. (2004). What's so good about problembased learning ? *Cognition and Instruction*, 22, 61–79.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L, Chiang, C.–P., & Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26, 499–531.

Carroll, J. (1963). A model for school learning. *Teachers College Record*, 64, 723–733.

Cawelti, G. (Ed.). (2004). *Handbook of research on improving student achievement*. (3rd ed.). Arlington, VA : Educational Research Service.

Coalition for Evidence-Based Policy. (2003). *Identifying and implementing educational practices supported by rigorous evidence : A user friendly guide*. U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, National Center for Education Evaluation and Regional Assistance. Retrieved August 5, 2004, from <http://www.ed.gov/rschstat/research/pubs/rigoroussevid/index.html>

Cobb, P. (1994). Where is the mind ? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematics development. *Educational Researcher*, 23(7), 13–20.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., & Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 3–29.

Cohen, D. K., McLaughlin, M. W., & Talbert, J. E. (Eds.). (1993). *Teaching for understanding: Challenges for policy and practice*. San Francisco : Jossey-Bass.

Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 25, 119–142.

Cooney, T. J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 324–336.

Cronbach, L. J. (1986). Social inquiry by and for earthlings. In D. W. Fiske & R. A. Shweder (Eds.), *Metatheory in social science : Pluralisms and subjectivities* (pp. 83–107). Chicago : University of Chicago Press.

Davis, R. B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. Norwood, NJ : Ablex. Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5–8.

Dewey, J. (1910). *How we think*. Boston : Heath.

Dewey, J. (1926). *Democracy and education*. New York : Macmillan.

Dewey, J. (1929). *The quest for certainty*. New York :

Minton, Balch & Co.

Dixon, R. C., Carnine, D. W., Lee, D.–S., Wallin, J., The National Center to Improve the Tools of Educators, & Chard, D. (1998). *Review of high quality experimental mathematics research : Report to the California State Board of Education*. Eugene, OR : National Center to Improve the Tools of Educators.

Doyle, W. (1978). Paradigms for research on teacher effectiveness. In L. S. Shulman (Ed.), *Review of research in education* (Vol. 5, pp. 163–198). Itasca, IL : Peacock.

Duffy, G. G. (1981). Teacher effectiveness research: Implications for the reading profession. In M. L. Kamil (Ed.), *Directions in reading: Research and instruction. Thirtieth yearbook of the National Reading Conference* (pp. 113–136). Washington, DC : National Reading Conference.

Dunkin, J., & Biddle, B. (1974). *The study of teaching*. New York : Holt, Rinehart, & Winston.

English, L. (Ed.). (2002). *Handbook of international research in mathematics education*. Mahwah, NJ : Erlbaum.

Evertson, C. M., Anderson, C. W., Anderson, L. M., & Brophy, J. E. (1980). Relationships between classroom behaviors and student outcomes in junior high mathematics and English classes. *American Educational Research Journal*, *17*(1), 43–60.

Fawcett, H. P. (1938). *The nature of proof : A description and evaluation of certain procedures used in a senior high school to develop an understanding of the nature of proof*. New York : Teachers College, Columbia University.

Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.). (1999). *Mathematics*

classrooms that promote understanding. Mahwah, NJ : Erlbaum.

Festinger, L. (1957). *A theory of cognitive dissonance*. Evanston, IL : Row, Peterson.

Fey, J. (1979). Mathematics teaching today : Perspectives from three national surveys. *Mathematics Teacher*, 72, 490–504.

Fisher, C. W., Berliner, D. C., Filby, N. N., Marliave, R., Cahn, L. S., & Dishaw, M. M. (1980). Teaching behaviors, academic learning time, and student achievement : An overview. In C. Denham & A. Lieberman (Eds.), *Time to learn* (pp. 7–32). Washington, DC : U.S. Department of Health, Education, and Welfare, National Institute of Education.

Fletcher, H. J. (1971). An efficiency reanalysis of the results. *Journal for Research in Mathematics Education*, 2, 143–156.

Floden, R. E. (2001). Research on effects of teaching: A continuing model for research on teaching. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 3–16). New York : Macmillan.

Floden, R. E. (2002). The measurement of opportunity to learn. In A. C. Porter & A. Gamoran (Eds.), *Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement* (pp. 231–266). Washington, DC : National Academy Press.

Forman, E. A. (2003). A sociocultural approach to mathematics reform: Speaking, inscribing, and doing mathematics within communities of practice. In J. Kilpatrick, W. G.

Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 333–352). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a base–ten blocks learning/teaching approach for first– and second–grade place–value and multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 180–206.

Gage, N. L. (1978). *The scientific basis of the art of teaching*. New York : Teachers College Press.

Gagne, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction* (4th ed.). New York : Holt, Rinehart and Winston.

Gamoran, A. (2001). Beyond curriculum wars: Content and understanding in mathematics. In T. Loveless (Ed.), *The great curriculum debate: How should we teach reading and math?* (pp.134–162). Washington, DC : Brookings Institution Press.

Gamoran, A., Porter, A. C., Smithson, J., & White, P. A. (1997). Upgrading high school mathematics instruction : Improving learning opportunities for low–achieving, low income youth. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 19, 325–328.

Good, T. L., & Grouws, D. A. (1977). A process–product study in fourth–grade mathematics classrooms. *Journal of Teacher Education*, 28(3), 49–54.

Good, T. L., & Grouws, D. A. (1979). The Missouri mathematics effectiveness project: An experimental study in

fourthgrade classrooms. *Journal of Educational Psychology*, 71 (3), 355–362.

Good, T. L., Grouws, D. A., & Ebmeier, H. (1983). *Active mathematics teaching*. New York : Longman.

Good, T. L., Mulryan, C., & McCaslin, M. (1992). Grouping for instruction in mathematics: A call for programmatic research on small–group processes. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 165–196). New York : Macmillan.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Culemborg, The Netherlands: Technipress.

Greenwald, A., Pratkanis, A., Lieppe, M., & Baumgardner, M. (1986). Under what conditions does theory obstruct research progress? *Psychological Review*, 93, 216–229.

Grouws, D. A. (2004). Mathematics. In G. Cawelti (Ed.), *Handbook of research on improving student achievement* (3rd ed., pp. 160– 178). Arlington, VA : Educational Research Service.

Hamilton, L. S., McCaffrey, D. F., Stecher, B. M., Klein, S. P., Robyn, A., & Bugliari, D. (2003). Studying large–scale reforms of instructional practice : An example from mathematics and science. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 25, 1–29.

Handa, Y. (2003). A phenomenological exploration of mathematical engagement : Approaching an old metaphor anew. *For the Learning of Mathematics*, 23, 22–28.

Hanna, G. (1998). Evaluating research papers in mathematics education. In A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics as a research domain : A search for identity* (ICMI Studies Series, Vol. 4, pp. 399–407). Dordrecht, The

Netherlands: Kluwer.

Hatano, G. (1988). Social and motivational bases for mathematical understanding. In G. B. Saxe & M. Gearhart (Eds.), *Children's mathematics* (pp. 55–70). San Francisco : Jossey–Bass.

Heath, R. W., & Nielson, M. A. (1974). The research basis for performance–based teacher education. *Review of Educational Research*, 44, 463–484.

Heaton, R. M. (2000). *Teaching mathematics to the new standards : Relearning the dance*. New York : Teachers College Press.

Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 3–25.

Hiebert, J. (2003). What research says about the NCTM Standards. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 5–23). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65–97). New York : Macmillan.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction : The case of mathematics. *Educational Researcher*, 25(4), 12–21.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B.,

Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M–Y., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. W. (2003). *Teaching mathematics in seven countries : Results from the TIMSS 1999 Video Study* (NCES 2003–013). Washington, DC : U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.

Hiebert, J., Gallimore, R., & Stigler, J. W. (2002). A knowledge base for the teaching profession : What would it look like and how can we get one? *Educational Researcher*, 31(5), 3–15.

Hiebert, J., & Stigler, J. W. (2000). A proposal for improving classroom teaching: Lessons from the TIMSS video study. *Elementary School Journal*, 101, 3–20.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second–grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30, 393–425.

Hoetker, J., & Ahlbrand, W. P., Jr. (1969). The persistence of the recitation. *American Educational Research Journal*, 6, 145–167.

Husen, T. (1967). *International study of achievement in mathematics: A comparison of twelve countries (Vols. 1–2)*. New York : John Wiley.

Inagaki, K., Hatano, G., & Morita, E. (1998). Construction of mathematical knowledge through whole–class discussion. *Learning and Instruction*, 8, 503–526.

Karmiloff–Smith, A., & Inhelder, B. (1974). If you want to get ahead, get a theory. *Cognition*, 3, 192–212.

Kawanaka, T., & Stigler, J. W. (1999). Teachers' use of questions in eighth-grade mathematics classrooms in Germany, Japan, and the United States. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(4), 255–278.

Kilpatrick, J. (1993). Beyond face value : Assessing research in mathematics education. In G. Nissen & M. Blomhøj (Eds.), *Criteria for scientific quality and relevance in the didactics of mathematics* (pp. 15–34). Roskilde, Denmark: Danish Research Council for the Humanities.

Kilpatrick, J., Martin, W. G., & Schifter, D. (Eds.). (2003). *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Knox, R. (Speaker). (2004, December 7). *New report suggests that researchers have had some success in making a cancer vaccine* [Radio broadcast]. Washington, DC : National Public Radio.

Lacampagne, C.B., Newton, E., & Markham, K. (2001). Federal funding of mathematics education research. Project Memorandum (PM-1238) Prepared for Office of Educational Research and Improvement (OERI). Arlington, VA : RAND.

Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven, CT : Yale University Press.

Lampert, M., & Cobb, P. (2003). Communication and language. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 237–249). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge, U.K. :

Cambridge University Press.

Leinhardt, G. (1986). Expertise in math teaching. *Educational Leadership*, 43(7), 28–33.

Leinhardt, G., & Greeno, J. G. (1986). The cognitive skill of teaching. *Journal of Educational Psychology*, 78(2), 75–95.

Lester, F. K., Jr., & Lambdin, D. (1998). The ship of Theseus and other metaphors for thinking about what we value in mathematics education research. In A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics as a research domain: A search for identity* (ICMI Studies Series, Vol. 4, pp. 415–425). Dordrecht, The Netherlands : Kluwer.

Malara, N. A., & Zan, R. (2002). The problematic relationship between theory and practice. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 553–580). Mahwah, NJ : Erlbaum.

Maxwell, J. A. (2004). Causal explanation, qualitative research, and scientific inquiry in education. *Educational Researcher*, 33(2), 3–11.

Mayer, D. P. (1999). Measuring instructional practice : Can policymakers trust survey data ? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 21, 29–45.

McDonald, F. (1976). Report on phase II of the beginning teacher evaluation study. *Journal of Teacher Education*, 27, 39–42.

McDonald, F., & Elias, P. (1976). The effects of teaching performance on pupil learning. Beginning Teacher Evaluation Study, Phase II, 1974–1976 (Final report, 5 vols.). Princeton, NJ : Educational Testing Service.

National Advisory Committee on Mathematics Education.

(1975). *Overview and analysis of school mathematics, grades K–12*. Washington, DC : Conference Board of the Mathematical Sciences.

National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century. (2000). *Before it's too late: A report to the nation from the National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century*. Washington, DC : Department of Education.

National Research Council. (1999). *How people learn : Brain, mind, experience, and school*. J. D. Bransford, A. L. Brown, & R. R. Cocking (Eds.). Committee on Developments in the Science of Learning, Commission on Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC : National Academy Press.

National Research Council. (2001). *Adding it up : Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC : National Academy Press.

National Research Council. (2002). *Scientific research in education*. R. J. Shavelson & L. Towne (Eds.). Committee on Scientific Principles for Educational Research, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC : National Academy Press.

National Research Council. (2004). *On evaluating curricular effects: Judging the quality of K–12 mathematics evaluations*. J. Confrey & V. Stohl (Eds.). Committee for a Review of the Evaluation Data on the Effectiveness of NSF–Supported and Commercially Generated Mathematics Curricular Materials. Mathematical Sciences Education Board, Center for

Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC : National Academy Press.

Nissen, G., & Blomhøj, M. (Eds.). (1993). *Criteria for scientific quality and relevance in the didactics of mathematics*. Roskilde, Denmark: Danish Research Council for the Humanities.

Nye, B., Konstantopoulos, S., & Hedges, L. V. (2004). How large are teacher effects. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 26, 237–257.

Olson, L. (1997, January 22). Keeping tabs on quality. *Education Week Supplement*, pp. 7–11, 14–17.

Oser, F. K., & Baeriswyl, F. J. (2001). Choreographies of teaching: Bridging instruction to learning. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 1031–1065). New York : Macmillan.

Paige, R. (2004). *Meeting the highly qualified teachers challenge : The Secretary's annual report on teacher quality, 2004*. Retrieved October 5, 2004, from <http://www.title2.org/secReport04.htm>

Piaget, J. (1960). *The psychology of intelligence*. Totowa, NJ : Littlefield, Adams.

Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd ed.). Garden City, NY : Doubleday Anchor Books.

Porter, A., Floden, R., Freeman, D., Schmidt, W., & Schille, J. (1988). Content determinants in elementary school mathematics. In D. A. Grouws, T. J. Cooney, & D. Jones (Eds.), *Effective mathematics teaching* (pp. 96–113). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Powell, M. (1980). The beginning teacher evaluation study :

A brief history of a major research project. In C. Denham & A. Lieberman (Eds.), *Time to learn* (pp. 1–5). Washington, DC : National Institute of Education.

Resnick, L. B., & Ford, W. W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Reusser, K. (2001, September). *Bridging instruction to learning : Where we come from and where we need to go*. Paper presented at the Ninth Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction, Fribourg, Switzerland.

Romberg, T. A., & Carpenter, T. P. (1986). Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 850–873). New York : Macmillan.

Rosenshine, B., & Stevens, R. (1986). Teaching functions. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 376–391). New York : Macmillan.

Ross, J. A., McDougall, D., Hogaboam–Gray, A., & LeSage, A. (2003). A survey measuring elementary teachers' implementation of standards–based mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *34*, 344–363.

Rowan, B., Correnti, R., & Miller, R. J. (2002). *What large–scale, survey research tells us about teacher effects on student achievement: Insights from the Prospects study of elementary schools* (CPRE Research Report Series PR–051). Philadelphia : University of Pennsylvania, Consortium for Policy Research in Education.

Rowan, B., Harrison, D. & Hayes, A. (2004). Using

instructional logs to study mathematics curriculum and teaching in the early grades. *Elementary School Journal*, 105, 103–127.

Ruthven, K. (2002). Linking researching with teaching: Towards a synergy of scholarly and craft knowledge. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 581–598). Mahwah, NJ : Erlbaum.

Sanders, W. L., & Rivers, J. C. (1996). *Cumulative and residual effects of teachers on future student academic achievement*. Knoxville : The University of Tennessee Value-Added Research and Assessment Center.

Sanders, W. L., Saxton, A. M., & Horn, S. P. (1997). The Tennessee value-added assessment system : A quantitative outcomes-based approach to educational assessment. In J. Millman (Ed.), *Grading teachers, grading schools : Is student achievement a valid evaluation measure?* Thousands Oaks, CA : Corwin Press.

Schoen, H. L., Cebulla, K. J., Finn, K. F., & Fi, C. (2003). Teacher variables that relate to student achievement when using a standards-based curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34, 228–259.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL : Academic Press.

Schoenfeld, A. (1988). When good teaching leads to bad results : The disasters of “well taught” mathematics courses. *Educational Psychologist*, 23, 145–166.

Schoenfeld, A. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education: Contributions from Educational Psychology*, 4, 1–94.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27(2), 4–13.

Shuell, T. J. (1996). Teaching and learning in a classroom context. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 726–764). New York : Macmillan.

Silver, E. A., & Stein, M. K. (1996). The QUASAR Project : The “revolution of the possible” in mathematics instructional reform in urban middle schools. *Urban Education*, 30, 476–522.

Simon, M. A. (2004). Raising issues of quality in mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 157–163.

Simon, M. A., Tzur, R., Heinz, K., & Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 305–329.

Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Middlesex, England: Penguin.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9–15.

Smith, M. (2000). *A comparison of the types of mathematics tasks and how they were completed during eighth-grade mathematics instruction in Germany, Japan, and the United States*. Unpublished doctoral dissertation, University of Delaware, Newark.

Stake, R., & Easley, J. (Eds.). (1978). *Case studies in science education*. Urbana : University of Illinois.

Stecher, B., & Borko, H. (2002). Integrating findings from

surveys and case studies : Examples from a study of standards-based educational reform. *Journal of Education Policy*, 17, 547–569.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33, 455–488.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50–80.

Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 319–370). Charlotte, NC : Information Age Publishing.

Stigler, J. W., Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures : Examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist*, 35, 87–100.

Stigler, J. W., Gonzales, P., Kawanaka, T., Knoll, S., & Serrano, A. (1999). *The TIMSS videotape classroom study : Methods and findings from an exploratory research project on eighth-grade mathematics instruction in Germany, Japan, and the United States*. NCEs 1999–074. Washington, DC : U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap : Best*

ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York : Free Press.

Thorndike, E. L. (1906). *The principles of teaching based on psychology*. New York : A. G. Seiler.

Thorndike, E. L. (1912). *Education: A first book*. New York : Macmillan.

Traub, J. (2002, November 10). Does it work ? *New York Times*. Retrieved November 18, 2002, from <http://www.nytimes.com/2002/11/10/edlife/10CHILD.html>

U.S. Department of Education. (1987). *What works : Research about teaching and learning* (2nd ed.). Washington, DC : U.S. Government Printing Office.

Viadero, D. (2004, July 14). "What Works" research site unveiled. *Education Week*, 23(42), 1, 33.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : The development of higher psychological processes*. M. Cole, V. John–Steiner, S. Scribner, & E. Souberman (Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Webb, N. M. (1991). Task–related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 366–389.

Webb, N. M., Troper, J. D., & Fall, R. (1995). Constructive activity and learning in collaborative small groups. *Journal of Educational Psychology*, 87, 406–423.

Weinert, F. E., Schrader, F.–W., & Helmke, A. (1989). Quality of instruction and achievement outcomes. *International Journal of Educational Research*, 13, 895–914.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice : Learning, meaning, and identity*. Cambridge, U.K. : Cambridge University

Press.

Weiss, I. R., Pasley, J. D., Smith, P. S., Banilower, E. R., & Heck, D. J. (2003). *Looking inside the classroom: A study of K–12 mathematics and science education in the United States*. Retrieved July 19, 2004, from <http://horizon-research.com>

Welch, W. (1978). Science education in Urbanville: A case study. In R. Stake & J. Easley (Eds.), *Case studies in science education* (pp. 5–1–5–33). Urbana : University of Illinois.

Winne, P. H., & Marx, R. W. (1980). Matching students' cognitive responses to teaching skills. *Journal of Educational Psychology*, *72*, 257–264.

Wittrock, M. C. (1986). Students' thought processes. In M. C.

Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 297–314). New York : Macmillan.

Wubbels, T., Brekelmans, M., & Hooymayers, H. (1992). Do teacher ideals distort the self-reports of their instructional behavior? *Teaching and Teacher Education*, *8*, 47–58.

Yin, R. K. (2000). Rival explanations as an alternative to reforms as “experiments.” In L. Bickman (Ed.), *Validity & social experimentation: Donald Campbell's legacy* (pp. 239–266). Thousand Oaks, CA : Sage.

Annexes

Annexe 1 : Comparaison du système éducatif français et américain

Âges	FRANCE		ETATS-UNIS	
3-4 ans	Mater- nelle	Petite section	Preschool	Kindergarten
4-5 ans		Moyenne section	Pre- Kindergarten	
5-6 ans		Grande section	Kindergarten	
6-7 ans	École primaire	CP	1 ^{er} grade	Primary school ou elementary school
7-8 ans		CE1	2 ^{ème} grade	
8-9 ans		CE2	3 ^{ème} grade	
9-10 ans		CM1	4 ^{ème} grade	
10-11 ans		CM2	5 ^{ème} grade	
11-12 ans	Collège	6 ^{ème}	6 ^{ème} grade	Middle school ou junior high school
12-13 ans		5 ^{ème}	7 ^{ème} grade	
13-14 ans		4 ^{ème}	8 ^{ème} grade	
14-15 ans		3 ^{ème}	9 ^{ème} grade (freshman year)	
15-16 ans	Lycée	Seconde	10 ^{ème} grade (sophomore year)	High school
16-17 ans		Première	11 ^{ème} grade (junior year)	
17-18 ans		Terminale	12 ^{ème} grade (senior)	
18 ans	Enseignement supérieur		University / College	

Annexe 2 : Résumé des études analysées

Autreurs	Fuson et Brans (1990)	Brownell et Moser (1949)	Hiebert et Wearne (1993)	Favre (1938)	Boaler (1999)
Traitement/ contrôle	Compréhension des algorithmes d'additions et de soustractions, enseignement en classe entière ou en petits groupes	Enseignement de la soustraction à plusieurs chiffres basé sur l'utilisation d'algorithmes. Une méthode "100% compréhension", avec utilisation de matériel pour illustrer les techniques opératoires ; une autre méthode "mécanique" avec démarche progressive et nombreux exercices. De plus, deux algorithmes (additions d'un même nombre aux deux termes de la différence pour maintenir la différence égale, d'une part ; décomposition, d'autre part) étaient croisés avec ces deux méthodes d'enseignement.	Méthode faisant appel à un enseignement centré sur l'élève ou à un enseignement de type direct basé sur la compréhension conceptuelle (et sur la maîtrise des procédures) Groupe contrôle : enseignement habituel basé sur l'utilisation du manuel scolaire.	Enseignement de la géométrie basé sur le raisonnement des élèves et construit à partir de raisonnements déductifs conventionnels en utilisant, pour partie, l'analyse de certains éléments issus de la vie quotidienne ; attention explicite aux connexions entre les concepts mathématiques (définitions, raisonnement, preuves, conjecture, etc.)	Enseignement motivé et piloté par des objectifs d'apprentissage conceptuels autour de projets ouverts s'appuyant sur un travail coopératif des élèves avec partage et explicitation de stratégies.
Nombres élèves et niveau	169 élèves de CP et CE1 et 75 élèves de CE1 qui reçoivent un enseignement supplémentaire sur la soustraction.	1400 élèves de CE2 répartis dans 41 écoles	147 élèves de CE1. Dans les deux groupes (traitement et contrôle) il y a des classes de niveau élève et des classes de niveau faible.	25 lycéens pour le groupe traitement, 25 pour le groupe contrôle.	100 collégiens dans le groupe traitement 200 collégiens dans le groupe contrôle.
Durée	3 à 6 semaines pour l'addition 2 à 4 semaines pour la soustraction	15 jours	12 semaines	2 ans	3 ans
Mesure / évaluation	Avant et après le traitement les élèves passent un test traditionnel écrit sur la maîtrise des opérations, un test spécialement conçu sur les concepts sous-jacents et des entretiens individuels.	Immédiatement après le traitement puis 6 semaines plus tard.	Observations hebdomadaires et enregistrements vidéo. Évaluations : en début d'année et en fin d'année.	Mesures : contenu géométrique, mémorisation du contenu, analyse du raisonnement dans des situations non mathématiques.	

Annexe 2 (suite)

Auteurs / Commentaires	Fuson et Briars (1990)	Brownell et Moser (1949)	Hiebert et Wearne (1993)	Fawcett (1938)	Boaler (1998)
Les résultats aux pré-tests sont très faibles (particulièrement en ce qui concerne les items basés sur les concepts). Les résultats aux post-tests sont très élevés, particulièrement sur les items basés sur les concepts.	Ethan domine le haut niveau de performance, les modalités d'enseignement (par exemple classe entière comparée à enseignement en petits groupes) n'ont pas montré d'effets différents apparents. Le point clé semble être l'attention explicite portée aux concepts qui fondent les algorithmes en commentant les représentations écrites et physiques. Au final, ces résultats peuvent être considérés comme une preuve que se consacrer aux concepts de base – aux connexions entre les idées et représentations mathématiques – peut faciliter la compréhension conceptuelle des élèves. Cette étude a montré également que les acquisitions dans les procédures d'exécution étaient importantes, une découverte sur laquelle nous reviendrons plus loin.	Les résultats au test passés immédiatement après le traitement montrent que l'approche mécanique est plus performante pour la vitesse d'exécution et l'exactitude. En ce qui concerne la mémorisation et le transfert, l'approche "100% compréhension" est plus performante. Cette dernière est plus efficace pour l'algorithme basé sur la décomposition que pour l'algorithme basé sur l'addition d'un même nombre au deux termes, ainsi que pour les élèves qui n'avaient pas déjà mémorisé un algorithme de soustraction.	En général, les élèves recevant l'instruction basée sur les concepts ont passé une grande partie de leur temps à travailler sur la compréhension des procédures et à examiner la légitimité des procédures proposées. Les élèves qui reçoivent l'instruction traditionnelle passent beaucoup de temps à pratiquer les procédures apprises. Les élèves du groupe traitement ont davantage progressé sur des items mesurant les compétences et particulièrement en ce qui concerne l'explication des procédures de calculs et leur utilisation pour résoudre de nouveaux types de problèmes. A la fin de l'année, les performances du groupe d'élèves les plus faibles qui ont reçu l'enseignement basé sur la compréhension conceptuelle sont du même niveau que celles du groupe d'élèves de niveau plus élevé ayant reçu une instruction traditionnelle.	Les élèves du groupe expérimental ont de meilleurs résultats que les élèves du groupe contrôle.	Pré-test : niveau similaire au début de l'observation Post-test : les élèves du groupe traitement ont de meilleurs résultats aux tests standardisés et au test spécialement conçu autour des concepts.
Limites	L'absence de groupe contrôle peut laisser de nombreuses questions sans réponse. Les auteurs répondent en partie à cette remarque en soulignant que le niveau atteint par ces élèves de CP et CE1 est plus élevé que celui des élèves de CE2 et CM1 sur des items similaires tel que rapportés par le National Assessment of Educational Progress. Cette étude a été répliquée auprès de 2723 élèves de CE1, avec des performances légèrement inférieures.	L'approche "mécanique" était très restrictive, les enseignants, en grand nombre dans l'étude, n'ont pas été observés directement, et ont pu appliquer les méthodes de façons différentes. Absence de groupe contrôle ?	L'environnement d'enseignants spécialement entraînés pour l'instruction basée sur les concepts et la taille réduite de l'échantillon diminuent la portée des résultats, mais pour des raisons différentes que les deux études précédentes.	Pas d'information sur l'instruction du groupe contrôle.	