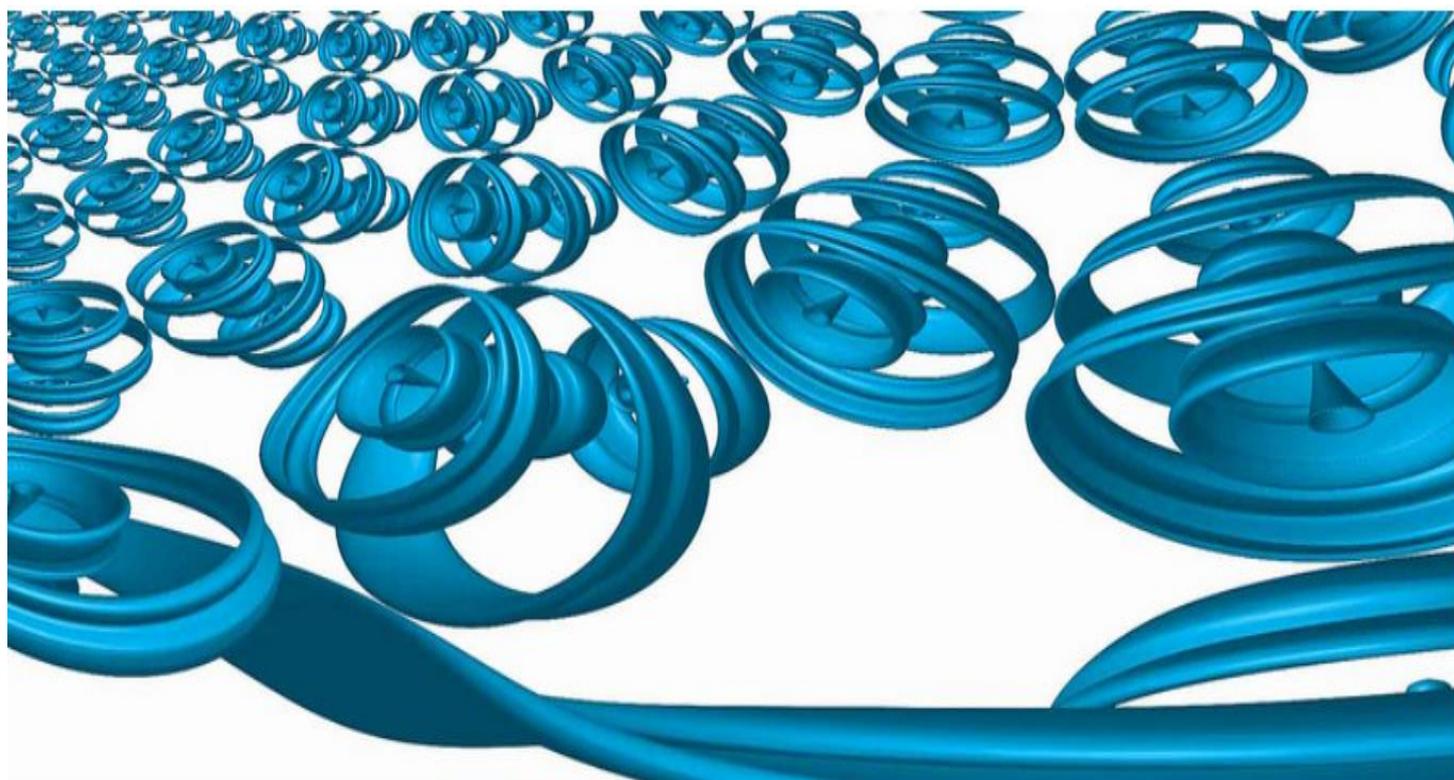


Nathalie ROQUES

# Inégalités sociales et mathématiques dans l'OCDE

*Volume 1. Comprendre l'enquête PISA*



Cet ebook a été publié sur [www.bookelis.com](http://www.bookelis.com)

© Nathalie Roques, 2018

Dernière mise à jour : février 2019

Tous droits de reproduction, d'adaptation et de traduction, intégrale ou partielle réservés pour tous pays.

L'auteur est seul propriétaire des droits et responsable du contenu de cet ebook.

### ***Note concernant la publication et l'édition de ce livre***

Les volume 1 et 2 sont téléchargeables gratuitement au format pdf sur le site [www.mathadoc.fr](http://www.mathadoc.fr)

La version numérique des volumes 1 et 2 a été éditée sur [www.bookelis.fr](http://www.bookelis.fr) et comme toutes les versions numériques, la qualité des images (figures, tableaux et encadrés sont au format png) peut être parfois insuffisante pour que ces dernières soient correctement lues.

## TABLE DES MATIÈRES

Note concernant la publication et l'édition de ce livre.....	2
<b>Préface.....</b>	<b>5</b>
<b>Chapitre 1. Présentation.....</b>	<b>7</b>
1. L'OCDE sans la Turquie et le Mexique .....	7
2. Objectifs et méthode de travail.....	8
3. Une multitude de publications.....	9
4. Des caractéristiques, des facteurs et des indicateurs .....	10
5. Interaction et corrélation .....	12
6. La récolte par questionnaire .....	15
7. Échantillons d'élèves et études transversales .....	15
<b>Chapitre 2. Les deux caractéristiques de base : compétences et statut socioéconomique</b> .....	<b>17</b>
1. Évaluer les compétences en mathématiques des élèves de 15 ans.....	17
2. Les différents niveaux d'analyse : élèves, établissements, pays.....	18
3. Étude des scores d'un échantillon national .....	21
4. Variations des scores dans les établissements.....	22
5. Au niveau de l'ensemble de tous les élèves de l'OCDE : distribution normale des scores .....	23
6. Mesurer le statut socioéconomique des élèves : l'indice SESC .....	25
<b>Chapitre 3. Disparition de certaines données française : redoublement et orientation en</b> <b>fin de 3<sup>ème</sup> .....</b>	<b>29</b>
<b>Chapitre 4. Compétences mathématiques et statut socioéconomique</b>	<b>33</b>
1. Au niveau des élèves dans chaque pays : corrélation entre le score et l'indice SESC des élèves.....	33
2. Au niveau des élèves dans chaque pays : écarts de scores des élèves classés par quartiles .....	38
3. Au niveau des pays de l'OCDE : score et indice SESC .....	39
4. Au niveau des pays de l'OCDE : scores et PIB par habitant .....	41
5. Au niveau des établissements dans chaque pays : score et indice SESC des établissements.....	42
8. Mécanisme de l'influence du niveau socioéconomique sur les compétences.....	49
<b>Chapitre 5. Équité des performances.....</b>	<b>51</b>
1. Définitions des équités .....	51
2. Les indices d'équité des performances .....	52
3. Équité et statut socioéconomique .....	55
4. Compétences et équité.....	57
<b>Postface .....</b>	<b>61</b>

<b>Abréviations utilisées .....</b>	<b>62</b>
<b>Références .....</b>	<b>63</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>65</b>
Annexe 1. Les publications de l'OCDE utilisées dans ce livre .....	65
Annexe 2. Éléments de statistiques .....	66
Annexe 3. Utiliser Excel 2016 .....	68
Annexe 4. Liste des tableaux.....	69
Annexe 5. Liste des encadrés .....	69
Annexe 6. Liste des figures .....	70
Annexe 7. Questionnaire HOMEPOS .....	71

**Les simulations pour comprendre les statistiques** (dans les chapitres 2 et 4)

Étape 1 : présentation des ensembles de données

Étape 2 : moyenne, variance, écart-type

Étape 3 : intervalles de confiance à 95%

Étape 4 : variance intra et inter établissement

Étape 5 : corrélation entre deux variables

## PRÉFACE

Nombreuses sont les personnes qui ont entendu un jour parler des enquêtes PISA<sup>1</sup>: parents, enseignants, personnels des administrations nationales et locales concernées bien sûr, mais aussi responsables politiques, journalistes, intellectuels, bref toute personne s'intéressant de près ou de loin à notre système éducatif et au devenir de nos élèves. Les résultats de ces études menées tous les trois ans par l'OCDE<sup>2</sup> depuis 2000 sont largement repris par les médias et dorénavant attendus avec anxiété par nos responsables politiques. Ils sont en effet à l'origine de débats politiques et surtout de réformes s'appuyant peu ou prou sur les préconisations émises par l'OCDE à l'occasion de la publication de la dernière enquête en date. Essentiellement présentés sous la forme de classements, les informations publiées ne peuvent que susciter fierté pour certains et déception pour les autres. Ces émotions troublent notre raison. Il est pourtant important de bien comprendre ces études qui ont un tel impact sur le pilotage de nos systèmes éducatifs<sup>3</sup>, et notamment d'en repérer les points forts comme les points faibles. C'est l'objectif de ce livre : expliquer d'où viennent les recommandations de l'OCDE pour pouvoir discuter ensuite de leur application en France.

Dans ce premier volume, les méthodes et calculs utilisés dans les enquêtes transversales sont analysées et expliquées, en s'appuyant sur les deux facteurs clés de cette enquête PISA : le score en mathématiques et le statut économique et socioculturel des jeunes de 15 ans. Une équité des résultats est alors définie et ses relations avec les deux facteurs précédents sont étudiées.

Dans le second volume, les stratifications scolaires, le climat scolaire mais aussi l'exposition à des contenus mathématiques sont étudiés et leurs interactions avec le score en mathématiques, le statut économique et socioculturel des élèves et l'équité des résultats sont à leur tour analysés. Une nouvelle équité, l'équité de la familiarité est alors définie. Enfin, les données sur les élèves peu performants, le travail en dehors du temps scolaire et l'existence d'un système privé sont passés en revue.

---

<sup>1</sup> Programme international pour le suivi des acquis des élèves

<sup>2</sup> Organisation de Coopération et de Développement Économiques

<sup>3</sup> Jean-Miche Blanquer, Ministre de l'Éducation Nationale, a ainsi mentionné sur le site Eduscol à l'occasion de la présentation des 4 mesures pour bâtir l'École de la confiance (rentrée 2017) qu'*"aujourd'hui, le système scolaire français est le plus inégalitaire de toute l'OCDE"*

<http://www.education.gouv.fr/cid117637/rentree-2017-4-mesures-pour-batir-l-ecole-de-la-confiance.html>



## CHAPITRE 1. PRÉSENTATION

Tous les trois ans, les connaissances et compétences des élèves âgés de 15 ans habitant les 34<sup>4</sup> pays de l'OCDE et certains pays partenaires sont évaluées par les études PISA. Mathématiques, sciences et compréhension de l'écrit sont les trois domaines analysés, à partir d'exercices et de problèmes que des élèves tirés au sort sont appelés à résoudre. Ces exercices ont des niveaux de difficulté divers et abordent une large gamme de thèmes dans chacun des trois domaines, ce qui permet d'évaluer précisément les compétences et les connaissances acquises par les élèves. Ces compétences sont ensuite mises en relation avec d'autres caractéristiques notamment socioéconomiques, mais aussi avec l'environnement scolaire et l'exposition plus ou moins importante des élèves à certains contenus (c'est la grande nouveauté de PISA 2012). Chaque année, à tour de rôle, un domaine est plus particulièrement analysé. En 2012, les mathématiques ont été l'objet d'une analyse approfondie (la précédente étude à dominante mathématique avait donc été menée en 2003), et ce sont les résultats issus de cette étude qui sont analysés ici. Depuis, les résultats de l'étude PISA 2015 ont été publiés qui concernent les sciences principalement.

La finalité de ces études PISA est pour l'OCDE d'établir un état des lieux bien sûr, mais aussi d'émettre des préconisations concernant les systèmes éducatifs : quelle politique peut-on concrètement conseiller aux ministres en charge de l'Éducation nationale de mettre en œuvre dans leur pays ? Derrière toute analyse se cachent un paradigme et quelle que soit notre volonté de rester purement objectif, des valeurs et des convictions pilotent les recherches et orientent leurs conclusions. Le paradigme qui sous-tend les enquêtes PISA pourrait porter comme nom "équité". Cette équité<sup>5</sup> en effet est au centre de tous leurs débats depuis la première édition en 2000. Équité qui assure que seules les capacités intrinsèques d'un individu devraient influencer sur son parcours personnel, social et professionnel ; équité qui charpente le cadre dans lequel les études PISA ont été mises en œuvre ; équité qui forme le socle sur lequel prennent appui les recommandations de l'OCDE. Je partage cette façon de voir les choses, il n'y en a tout simplement pas d'autre. Mais cette vision a une influence sur nos analyses en déterminant un cercle d'attention et une problématique. Ainsi, le choix des caractéristiques à analyser, la recherche de certaines relations entre ces caractéristiques, la publication de certains résultats comme les conclusions que nous en tirons, sont infusés par l'ensemble de ces convictions<sup>6</sup>.

Devant l'importance accordée aux recommandations émises par l'OCDE à l'issue des différentes enquêtes PISA, j'ai eu la curiosité de rechercher quels étaient les éléments tangibles sur lesquels ces recommandations s'appuient : si préconisations il y a, alors elles se doivent d'être fondées sur des bases claires, à la logique transparente et irréfutable. Il me semble que ce n'est pas toujours le cas et c'est pourquoi j'ai souhaité publier mon analyse.

### *1. L'OCDE sans la Turquie et le Mexique*

On ne peut comparer que ce qui est comparable. Les 34 pays de l'OCDE (voir liste des pays dans l'encadré 1 ci-dessous) participent de facto à l'étude, auxquels se sont ajoutés, en 2012, 31 pays partenaires. Presque tous les résultats nationaux sont publiés et présentés dans

---

<sup>4</sup> La Lettonie a rejoint l'OCDE en 2016 et aujourd'hui l'OCDE compte 35 membres.

<sup>5</sup> Le concept d'équité sera explicité plus loin et fait l'objet des chapitres 5 et 9.

<sup>6</sup> Voir p.480 dans *Recherche sociale. De la problématique à la collecte de données.*

des tableaux de la façon suivante : les résultats pour chacun des pays de l'OCDE sont présentés en première partie suivis par la moyenne calculée pour les pays de l'OCDE. Les résultats des pays partenaires figurent en deuxième partie de tableau. Quand cet ordre n'est pas respecté (notamment dans les figures), un code couleur permet de faire rapidement la distinction entre les pays de l'OCDE, en noir, et les autres, en bleu clair. C'est véritablement la moyenne des indicateurs nationaux des 34 pays membres de l'OCDE qui constitue à chaque fois le repère de base. Afin de me concentrer sur l'essentiel, ce sont uniquement les données des 34 pays de l'OCDE qui ont été reprises ici. Mais je ne me suis pas arrêtée là. Quand on considère le taux de scolarisation des jeunes âgés de 15 ans, un paramètre extrêmement important dans le cas qui nous intéresse ici, deux pays me paraissent se détacher des pays membres de l'OCDE. En effet, le pourcentage des jeunes âgés de 15 ans et scolarisés est supérieur ou égal à 92% dans tous les pays de l'OCDE en 2012, à l'exception de la Turquie où ce taux est égal à 76% et du Mexique, où il est égal à 70%. Il me semble que des comparaisons concernant la performance scolaire ou le niveau socioéconomique ou encore l'exposition à tel ou tel thème de mathématiques ne peuvent être menées qu'entre des pays où la quasi-totalité des jeunes de 15 ans fréquente l'école. Et finalement les conclusions quant aux politiques éducatives mises en œuvre au Mexique et en Turquie n'ont pas le même poids que celles qui peuvent être faites dans les autres États. J'ai donc choisi de présenter mes résultats pour l'ensemble habituel des 34 pays de l'OCDE d'une part, mais aussi pour l'ensemble de ces pays sans la Turquie et le Mexique d'autre part. Vous verrez que cela peut parfois changer les conclusions.

Noms anglais	Noms français	Noms anglais	Noms français
Australia	Australie	Japan	Japon
Austria	Autriche	Korea	Corée
Belgium	Belgique	Luxembourg	Luxembourg
Canada	Canada	Mexico	Mexique
Chile	Chili	Netherlands	Pays-Bas
Czech Republic	République Tchèque	New Zealand	Nouvelle Zélande
Denmark	Danemark	Norway	Norvège
Estonia	Estonie	Poland	Pologne
Finland	Finlande	Portugal	Portugal
France	France	Slovak Republic	République Slovaque
Germany	Allemagne	Slovenia	Slovénie
Greece	Grèce	Spain	Espagne
Hungary	Hongrie	Sweden	Suède
Iceland	Islande	Switzerland	Suisse
Ireland	Irlande	Turkey	Turquie
Israel	Israël	United Kingdom	Royaume-Uni
Italy	Italie	United States	États-Unis

**Encadré 1** : les 34 pays de l'OCDE classés par ordre alphabétique de leur nom anglais<sup>7</sup>

## 2. Objectifs et méthode de travail

J'ai choisi de m'intéresser à des thèmes qui me semblent mériter une discussion, et que l'on pourrait classer dans deux groupes. Dans le premier vous retrouverez des questions très souvent mises en avant dans les recommandations et publications de l'OCDE, et donc

<sup>7</sup> C'est l'ordre alphabétique conservé par l'OCDE lors des traductions en français

souvent reprises par la presse française. Dans le second j'ai sélectionné des thèmes au contraire souvent peu commentés par la presse et qui méritent selon moi un petit coup de projecteur.

Dans ce premier groupe vous retrouverez des caractéristiques qui sont directement sous le contrôle des hommes politiques et de leurs administrations, comme le redoublement, l'orientation précoce dans certaines filières, la sélection des élèves dans des classes de niveau différents (on parle alors de stratifications horizontales et verticales). Les conclusions de l'OCDE, publiées par la presse et reprises par nos gouvernants, sont claires : les politiques éducatives qui ont comme conséquence des taux élevés de redoublement sont souvent des politiques inéquitables ; et la même conclusion s'applique aux systèmes favorisant une orientation précoce et la répartition des élèves dans des classes de niveaux différents. Y mettre fin est donc une préconisation forte qui a l'avantage d'être entièrement sous le contrôle des pouvoirs publics. Il s'agit donc ici pour moi de répondre à la question suivante : quelles sont les données de l'enquête PISA qui permettent d'affirmer que les stratifications horizontales et verticales entravent l'efficacité et l'équité des systèmes éducatifs ?

Dans le second groupe, vous retrouverez l'exposition des élèves à certains thèmes ou types d'exercices de mathématiques, également sous le contrôle des administrations par la définition des programmes d'enseignement. En particulier l'exposition aux mathématiques appliquées est au cœur de nombreuses recommandations de l'OCDE et j'ai souhaité questionner les fondements de ces préconisations. Enfin, j'ai également analysé certaines données disponibles sur le climat scolaire dans nos classes, sur le temps passé par les élèves à étudier en dehors des horaires d'enseignement obligatoire et sur la coexistence d'un enseignement privé avec l'enseignement public, autres questions souvent débattues dans notre pays.

Pour étudier ces différentes questions et comprendre d'où proviennent les conclusions présentées dans les résumés (souvent reprises par la presse), il a d'abord été nécessaire de procéder à une lecture attentive de certains des documents publiés par l'OCDE. Et pour comprendre, il va falloir apprendre. Apprendre à analyser des données, apprendre à évaluer des résultats, apprendre à conclure avec raison. Des connaissances en traitement statistique sont ici indispensables, elles vont un peu au-delà de ce que le grand public en connaît habituellement et c'est pour cette raison que vous trouverez dans le texte des second et quatrième chapitres des éléments pour mieux les appréhender. À partir des données publiées par l'OCDE, j'ai recalculé certains résultats, ou bien je les ai présentées d'une façon différente de celle mise en œuvre par l'OCDE. Mais j'ai surtout effectué des calculs qui ne figurent pas dans les rapports publiés par l'OCDE et qui me semblent apporter un éclairage nouveau. Ce sont le plus souvent des calculs liés à la recherche d'une corrélation éventuelle entre deux caractéristiques et je vous explique tout ceci en détail dans le chapitre 4. Ces manipulations ont toutes été effectuées à l'aide du logiciel Excel<sup>8</sup> et tous les tableaux et figures de ce document ont été exécutés par mes soins. Quand il s'agit de la copie conforme d'un élément publié dans un document PISA, j'en indique bien évidemment et très clairement la référence.

### ***3. Une multitude de publications***

Les résultats de l'enquête PISA 2012 ont été rassemblés et publiés par l'OCDE dans 6 volumes numérotés de I à VI, dont les 5 premiers ont été entièrement traduits en français, la langue originelle étant l'anglais bien sûr. Ces 6 volumes représentent en tout plus de 1000

---

<sup>8</sup> La liste des outils Excel utilisés figure en annexe.

pages hors annexes (les annexes constituant souvent plus de la moitié de chaque volume et rassemblant les tableaux de données). D'autres rapports ont été également publiés par l'OCDE, qui analysent plus en détail certains sujets. Mais cela ne s'arrête pas là, et pour vous donner une idée de la quantité de documents publiés par l'OCDE dans le cadre de l'enquête PISA 2012, sachez qu'une requête effectuée le 15 janvier 2017 sur le site [oecd-ilibrary.org](http://oecd-ilibrary.org)<sup>9</sup> a donné comme résultat une liste de 139 publications.

Cette profusion de publications, dont les thèmes se chevauchent souvent avec parfois des différences surprenantes, complique sérieusement la lecture des résultats : est-il seulement possible de connaître la totalité de ces derniers ? En tout cas, je ne prétends pas avoir lu l'ensemble des données publiées par l'OCDE. La conséquence directe de cette lecture non exhaustive est l'impossibilité d'assurer que telle ou telle analyse (ou calcul, ou recherche de lien) n'ait pas été menée. On sait ce que l'on voit, on ne sait rien de ce que l'on ne voit pas.

Les rapports dont je me suis servie pour rédiger ce texte sont les volumes I, II et IV, mais également *Equations and Inequalities. Making mathematics accessible to all* et de *Low-performing students. Why they fall behind and how to help them succeed*<sup>10</sup>. Ces documents sont en libre accès sur internet. Vous en trouvez une rapide description en annexe 1 qui explique également comment repérer et retrouver les figures, tableaux et encadrés publiés par l'OCDE et dont je donnerai les références dans ce texte.

#### **4. Des caractéristiques, des facteurs et des indicateurs**

Nos connaissances et compétences en mathématiques, notre statut socioéconomique, la façon dont nous avons été exposés à tel ou tel thème mathématique, notre parcours scolaire, sont des caractéristiques qui nous décrivent. Mais au-delà d'une simple description, c'est la recherche des influences que des caractéristiques peuvent avoir les unes sur les autres qui intéresse les chercheurs de nos jours. On peut alors classer les caractéristiques dans deux groupes, classification qui repose sur le lien de cause à effet étudié : les caractéristiques du premier groupe (on les appelle souvent des facteurs) exercent une influence sur les caractéristiques du second groupe. Dans le cas qui nous concerne, le statut socioéconomique de l'élève appartient au premier groupe car c'est un facteur qui influence de nombreuses caractéristiques. Les compétences en mathématiques sont de leur côté sous l'influence de nombreux facteurs : elles appartiennent donc au second groupe et nous sommes là en présence d'une caractéristique dépendante<sup>11</sup>. De nombreuses caractéristiques ont été analysées dans les enquêtes PISA. Vraiment très nombreuses et seulement quelques-unes ont été reprises dans mon travail, dans le but de répondre aux questions qui étaient posées en début de chapitre : les compétences et connaissances en mathématiques et le milieu socioéconomique de l'élève bien sûr, les stratifications (c'est-à-dire les différenciations de parcours) dont il a été l'objet, le grade (niveau) dans lequel il se trouvait au moment de l'enquête, son exposition à certains thèmes mathématiques, le climat scolaire qui règne dans son établissement, la façon dont il travaille en dehors de son établissement, en sont quelques-unes. Ces caractéristiques peuvent être considérées comme des facteurs dans certaines

---

<sup>9</sup> Mot-clé "PISA 2012" dans "tous les champs" (titre, résumé, nom d'auteur, mot clé) en langue anglaise et française, dans le thème "Éducation" et avec comme type de contenu "livres" et en limitant les dates de publication entre 2012 et 2015 (pour écarter les résultats concernant PISA 2009 et PISA 2015)

<sup>10</sup> Ces deux derniers ont été utilisés dans leur version originale car seul des résumés français étaient disponibles (leur titre français est précédé de la mention Principaux Résultats)

<sup>11</sup> Évidemment, si on étudie le statut économique d'un adulte comme étant la conséquence de ces compétences en mathématiques, les choses s'inversent ; tout dépend donc de la question que l'on se pose.

situations et comme des caractéristiques dépendantes dans d'autres situations. Ainsi l'exposition aux mathématiques exerce une influence sur les compétences mathématiques mais est sous l'influence du niveau socioéconomique des élèves.

Revenons à nos élèves et à leurs compétences en mathématiques. Pour mesurer ces dernières, les élèves ont résolu des exercices qui ont été corrigés par des correcteurs désignés et formés qui ont ensuite calculé un score, c'est-à-dire un nombre de points. Ces exercices sont parfois publiés et accessibles au grand public sur internet, certains se trouvent aussi dans le volume I. D'autres restent protégés par le secret dans le but de mener des analyses tendanciennes sur plusieurs années. Des compétences particulières sont analysées comme la compréhension de certaines notions mathématiques et ont fait l'objet récemment d'une mise au point par des chercheurs français<sup>12</sup>. De nombreuses critiques ont pu être faites sur le choix des exercices et sur la sélection des compétences évaluées. J'en citerai une tout particulièrement, qui émane d'un groupe d'universitaires américains<sup>13</sup> qui demandaient, après la publication des résultats de l'étude PISA 2012, de sursoir à ces enquêtes pour prendre le temps de la réflexion et en modifier ses modalités. Ils n'ont bien sûr pas été entendus. Ce ne sera pas mon sujet ici, et je vous invite à consulter ces publications pour en savoir plus.

Prenons le temps d'analyser un peu plus ce score, ou nombre de points, obtenu par chaque élève. Ce nombre de points est une mesure des compétences et des connaissances de chaque élève en mathématiques. Cette mesure appartient au monde des chiffres et des nombres et c'est ce qu'on appelle un indicateur dans le domaine des statistiques. Il est important de faire la différence entre un indicateur (qui est une mesure) et la caractéristique qu'il est censé mesurer (ici les compétences et connaissances des élèves) : on ne pourra jamais réduire les compétences et les connaissances d'un élève à une seule mesure, à un seul score (ni même à plusieurs). L'utilisation de cette mesure va permettre de créer des ponts entre deux mondes très différents : le monde des idées, des concepts, des caractéristiques humaines d'une part ; le monde des mesures, des nombres, des calculs, des statistiques d'autre part. Dans ce deuxième monde, les mesures sont répertoriées, comparées, incorporées dans d'autres calculs qui donnent des résultats qui deviennent alors de nouveaux indicateurs et un cycle parfois infernal d'opérations complexes pourra débuter. Une fois que ce travail aura été fait, il faudra revenir au premier monde, c'est-à-dire au monde des idées et des concepts pour conclure. C'est de tout ceci dont il va s'agir ici.

Chacune des caractéristiques prises en compte par l'OCDE dans le cadre de cette enquête PISA a été traduite par un ou plusieurs indicateurs. Ces indicateurs sont pour la plupart des valeurs numériques continues, comme le score mathématique<sup>14</sup>. D'autres indicateurs sont parfois discrets (ce sont des valeurs numériques entières), comme l'âge auquel les élèves sont confrontés à une première orientation. D'autres encore sont qualitatifs comme le redoublement (l'indicateur sera alors "oui, l'élève a redoublé" ou "non, l'élève n'a pas redoublé"). Des indices ont parfois été calculés à partir de plusieurs indicateurs, c'est le cas par exemple de l'indice de Statut Économique Social et Culturel, ou encore indice SESC, qui reprend plusieurs éléments comme la profession des parents, le nombre de livres présents à la maison, etc. Cet indice SESC arrive en 2<sup>ème</sup> place après le score en termes d'utilisation dans les rapports PISA. Scores et indices SESC sont au cœur du chapitre suivant.

---

<sup>12</sup> *Comparaison des évaluations PISA et TIMSS, volumes I et II*, novembre 2016, CNESCO

<sup>13</sup> *The Guardian* du 6 mai 2014

<sup>14</sup> Les nombres décimaux dans les rapports PISA sont toujours arrondis et les scores sont le plus souvent arrondis à l'unité.

Tous ces indicateurs ou indices<sup>15</sup> sont colligés dans de nombreux tableaux, généralement placés en annexes des rapports, certains étant accessibles uniquement sur le site internet de l'OCDE. Ces tableaux sont téléchargeables au format Excel (un lien direct est placé en bas des tableaux et figures). Je ne sais pas combien d'indices ont été utilisés dans cette étude PISA 2012, plusieurs centaines certainement. Encore une fois, mon travail ne considère qu'une petite partie d'un immense ensemble de données.

Pour les plus intéressants, des représentations graphiques ont été publiées dans les rapports PISA. Par exemple, on trouve des diagrammes en rectangle qui représentent les valeurs d'un indicateur pour l'ensemble des pays analysés.

Mais le cœur de l'analyse n'est pas là. Rappelons-nous l'objectif poursuivi par l'OCDE : mettre à jour des relations entre certaines caractéristiques afin d'émettre des recommandations en directions des différents pays. Nous entrons ici dans le domaine de l'interaction entre des caractéristiques, et donc de la corrélation entre les indicateurs qui les mesurent.

### ***5. Interaction et corrélation***

Afin d'analyser une éventuelle interaction entre deux caractéristiques, les mêmes étapes seront invariablement suivies. Elles sont reprises ci-dessous en utilisant comme exemple l'analyse de l'influence du statut socioéconomique des pays (qui est donc un facteur) sur les compétences en mathématiques des élèves de ces pays (une caractéristique éventuellement dépendante du premier facteur).

**Étape 1 : le choix des indicateurs.** Chacune des caractéristiques va d'abord être associée à un indicateur. Il arrive que plusieurs indicateurs puissent être choisis pour une même caractéristique, c'est d'ailleurs une source de discussion fréquente et les enquêtes PISA n'échappent pas à cette règle. Admettons que les indicateurs soient correctement choisis pour chacun des deux facteurs, ici cela pourrait être l'indice SESC moyen<sup>16</sup> des pays pour le statut socioéconomique (le PIB<sup>17</sup> par habitant est aussi une option) et le score moyen en mathématiques<sup>18</sup> pour les compétences en mathématiques.

**Étape 2 : la représentation graphique.** Les couples de données<sup>19</sup> vont alors être représentés par un nuage de points : chaque point représente un pays, avec comme coordonnées les valeurs de chaque indicateur. L'indicateur du facteur, la variable indépendante, sera placé en abscisse sur l'axe horizontal (ici c'est donc l'indice SESC moyen) et l'autre indicateur, la variable dépendante, sera placée en ordonnée sur l'axe vertical (et ici c'est le score moyen).

Je vous propose la représentation graphique tracée grâce aux données publiées par l'OCDE dans la figure 1 (ce graphique n'a pas été publié par l'OCDE). Le nom des pays est écrit en anglais, langue utilisée par l'OCDE dans les tableaux publiés sur internet et que j'ai conservé dans les figures.

---

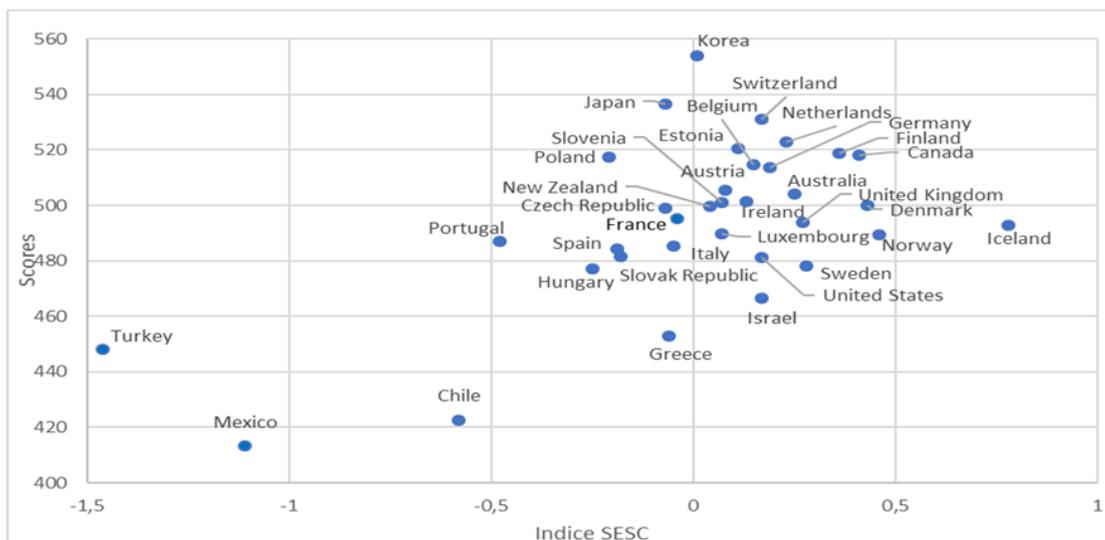
<sup>15</sup> Même si certains donnent des définitions spécifiques à ces deux termes, ils sont souvent interchangeables ; on pourra retenir qu'il s'agit de variables mathématiques (on s'intéresse à leur variabilité).

<sup>16</sup> Il s'agit de la moyenne des indices SESC des élèves d'un pays (voir plus loin).

<sup>17</sup> Produit Intérieur Brut

<sup>18</sup> Là aussi, c'est la moyenne des scores des élèves d'un pays.

<sup>19</sup> L'ensemble des valeurs prises par les indicateurs.

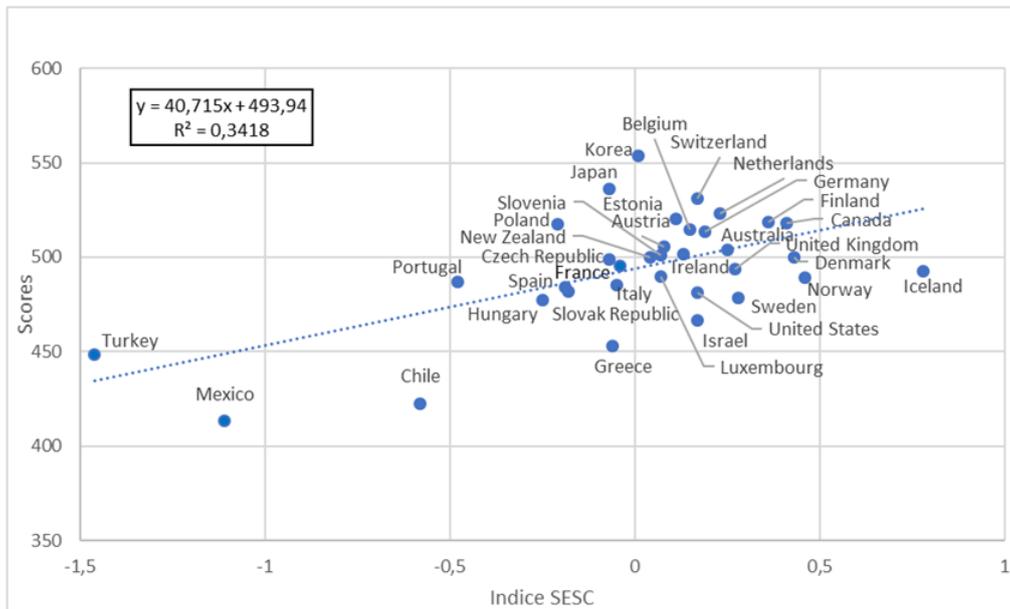


**Figure 1** : score et indice SESC

Il arrive que le nuage de points semble plus ou moins suivre une courbe que l'on reconnaît : une droite (c'est la plupart des cas) ou bien une parabole (une courbe en "U", parfois en "U" inversé). C'est une situation qui a les faveurs des chercheurs, puisqu'on ne peut reconnaître une relation mathématique entre deux indicateurs que dans ce cas-là : quand les points sont dispersés et ne semblent suivre aucune ligne, on conclue le plus souvent à une absence de corrélation entre les deux indicateurs analysés.

Admettons maintenant que le nuage de points analysé se trouve être dans ce cas favorable, c'est-à-dire qu'il semble se rapprocher plus ou moins d'une droite (ce qui semble correspondre à notre exemple) et passons à la dernière étape.

**Étape 3 : la corrélation.** Nous allons plonger dans le monde des indicateurs et des statistiques. Quand le nuage de points semble plus ou moins se rapprocher d'une droite, on dit alors que les indicateurs sont corrélés. Le mot "corrélation" résume à lui seul la plupart des calculs effectués dans les rapports de l'OCDE et il charpente ses principales conclusions. Cette droite que semble suivre plus ou moins le nuage de points est d'un intérêt considérable. On la nomme la droite de régression ou des moindres carrés (voire plus loin). La droite est alors tracée sur le nuage de points, et des informations apparaissent sur le graphique : l'équation de la droite bien sûr mais aussi un nombre, le coefficient de détermination, qui mesure l'intensité avec laquelle le nuage de point semble être modélisé par la droite. Plus les points du nuage se rapprochent de cette droite, plus ce coefficient est grand. Ces deux informations (équation de la droite et coefficient de détermination) sont les deux mamelles de la corrélation. Je vous explique comment ils sont obtenus à l'aide des encadrés **Simulations** qui émaillent le chapitre suivant. Il vous faudra en effet comprendre cette gymnastique statistique pour véritablement analyser les résultats des enquêtes PISA. Je vous présente le résultat obtenu à partir du nuage de points précédent dans la figure 2.

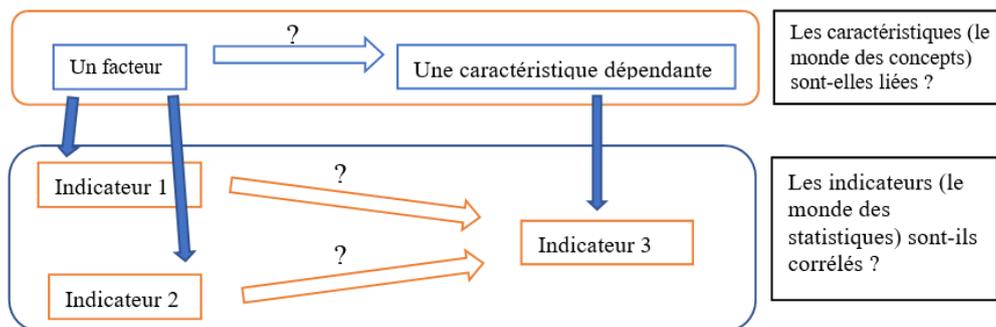


**Figure 2 :** score et indice SESC avec la droite de régression

#### Étape 4 : la conclusion

Il sera temps alors, munis de ces informations statistiques, de revenir dans le monde des caractéristiques pour conclure quant à leur interaction éventuelle. Ici, la prudence sera indispensable, car plusieurs pièges guettent l'observateur qui, animé par un appétit féroce pour la relation de cause à effet, aura parfois du mal à les éviter. Je reviens dessus plus loin. En ce qui concerne notre premier exemple, on conclura à une corrélation probable entre les deux variables : le niveau socioéconomique d'un pays semble avoir une certaine influence sur les compétences en mathématiques des élèves.

Vous trouverez dans l'encadré 3 un schéma qui illustre ce qui vient d'être abordé.



**Encadré 3 :** Des facteurs et leurs indicateurs

On souhaite évaluer dans la figure ci-dessus l'influence éventuelle d'un facteur sur une caractéristique dépendante. Ce facteur peut être mesuré par deux indicateurs : l'indicateur 1 et l'indicateur 2. La caractéristique dépendante est mesurée quant à elle par un seul indicateur, l'indicateur 3. Les statisticiens vont analyser deux paires de corrélation, l'une entre les indicateurs 1 et 3 et l'autre entre les indicateurs 2 et 3 (on parlera également des variables indépendantes 1 et 2 et de la variable dépendante 3). Dans ce livre, de nombreuses corrélations ont été étudiées. Quand plus de deux indicateurs ont été analysés un schéma similaire au précédent vous expliquera quelles corrélations ont été mises sur le grill.

Pour clore ce chapitre, il m'est indispensable de reconnaître que les traitements statistiques

effectués dans les rapports PISA peuvent être bien plus complexes que ceux dont je vais vous parler par la suite. Pour ceux qui voudraient en savoir plus, notamment sur la partie « technique » (comment ont été effectués les calculs statistiques, quels indicateurs ont été utilisés et comment ils ont été mesurés), deux documents peuvent apporter des éléments de compréhension : le *Technical Report*, souvent cité dans les documents que j'ai étudiés, mais aussi le *Data Analysis Manual* plus discret et que je n'ai découvert qu'après avoir écrit ce texte. Il ne s'agit ici que d'une première approche concernant une petite partie simple d'un ensemble parfois complexe et austère qui requiert des compétences pointues que peu de gens possèdent. Mais même des calculs simples peuvent apporter des informations.

### **6. La récolte par questionnaire**

Presque tous les indicateurs ou indices colligés dans les enquêtes PISA partagent ce point commun : ils ont été obtenus grâce à des questionnaires. Les élèves ont bien sûr passé des épreuves. Mais ils ont aussi répondu à un questionnaire contextuel qui a permis de déterminer le niveau socioéconomique de leur famille, préciser leur motivation, connaître leur environnement scolaire, évaluer leur travail à la maison, etc. D'autres données sont issues des réponses apportées par les chefs d'établissement qui ont donné des informations sur le comportement de leurs élèves par exemple. L'utilisation de questionnaires pour récolter des informations a bien des avantages, comme la simplicité et la rapidité de leur mise en œuvre. Mais elle présente aussi bien des inconvénients, comme leur manque de fiabilité et de justesse. Les chercheurs ont souligné depuis bien longtemps ces faiblesses, en remarquant entre autres que les informations obtenues concernent sans doute bien plus ce que les personnes sondées pensent qu'il convient de répondre plutôt qu'une réalité objective. Certaines réponses proposées (dans le cas de cases à cocher) sont également parfois sujettes à différentes interprétations de la part des élèves<sup>20</sup>. Il est probable que les élèves aient également mal compris certaines questions. Par exemple 17 % des élèves français ont répondu avoir souvent entendu parler des nombres complexes, et 13,5 % disent connaître et comprendre ce concept (tableau I.3.20<sup>21</sup>). Il est possible que les élèves aient confondu les nombres complexes avec autre chose, car la notion de nombre complexe n'est abordée en France qu'en classe de terminale. Pour tenir compte de ce genre de biais, trois questions pièges ont été insérées dans le questionnaire FANCOM<sup>22</sup> : « *avez-vous rencontré fréquemment, quelque fois, rarement ou jamais les nombres propres ?* » en est une. Les nombres propres, bien sûr, n'existent pas en mathématiques !

### **7. Échantillons d'élèves et études transversales**

Dans chaque pays de l'OCDE, un échantillon d'élèves a été tiré au sort pour répondre aux différents questionnaires. Cet échantillon est censé être représentatif de la population entière. Les études sur des échantillons sont courantes, et permettent de mener des analyses moins coûteuses que celles qui consisteraient à étudier la population entière. Cette méthode souffre d'un défaut évident : on ne peut pas être certain que l'échantillon tiré au sort représente exactement la population étudiée. On peut même plutôt être certain du contraire. Or l'objectif

---

<sup>20</sup> Voir par exemple la note 2, p.116 dans *Equations and inequalities. Making mathematics accessible to all*.

<sup>21</sup> Voir l'annexe 1 pour trouver simplement un tableau, une figure ou un encadré publié par l'OCDE et dont je vous donne les références.

<sup>22</sup> Chaque questionnaire possède un titre qui permet de retrouver des informations le concernant dans le *Technical Report*.

principal de ces études est bien de généraliser des observations à une population entière (on parle également d'inférer). Nous sommes au cœur de la question fondamentale posée par le traitement statistique des données obtenues sur un échantillon : dans quelle mesure sont-elles représentatives des données de la population entière ? Le tirage aléatoire des élèves permet dans une certaine mesure de s'assurer de cette représentativité. Mais dans une certaine mesure seulement, et c'est bien pour cela que les traitements statistiques doivent se faire en respectant certaines précautions, y compris et surtout quant à leur interprétation. On évaluera donc toujours, dans les études d'un certain niveau en tous cas, la significativité statistique des résultats proposés. Vous verrez que dans ce cas, on utilise parfois des intervalles de confiance. Mais les calculs qui permettent de déterminer si un résultat mathématique est « statistiquement significatif » sont parfois plus complexes. Dans mon travail, je n'ai pas cherché à répondre à ces questions quand j'ai procédé à mes propres calculs. Mes résultats ne permettent donc pas d'apporter des conclusions définitives, mais juste de poser des questions. Encore une fois, les élèves étudiés en Turquie et au Mexique dans cette enquête PISA ne sont pas représentatifs de l'ensemble des jeunes de 15 ans de ces pays, et c'est la raison pour laquelle ces deux pays ont été traités de façon différente dans ce livre.

Il est temps maintenant de souligner un fait d'une importance majeure dans ce type d'études statistiques, mais que l'on a tendance trop souvent à négliger, à oublier, voir à escamoter plus ou moins volontairement. Jugez par vous-mêmes car cela tient en deux lignes seulement : les études transversales qui analysent à un moment précis les données issues de l'échantillon d'une population **ne permettent pas de déceler des relations de cause à effet entre les caractéristiques étudiées**. N'importe quel cours de statistique débutera par cette simple mise en garde. La littérature à ce sujet est abondante, tout particulièrement dans le domaine médical. PISA est une étude transversale donc descriptive et non explicative, et les auteurs rappellent de temps en temps au fil des rapports publiés par l'OCDE qu'aucune relation de cause à effet ne peut être démontrée par l'analyse de leurs résultats. Ainsi p.31 du volume IV on peut lire que « *une corrélation est une donnée statistique simple qui évalue le degré d'association entre deux variables, sans toutefois établir de liens de cause à effet entre les deux* ». Mais ces précautions ne pèsent pas lourd devant notre tendance naturelle à vouloir lier une cause à un effet. Et les auteurs des rapports PISA, malgré les précautions qu'ils disent parfois prendre, ne sont pas exempts de ce défaut, notamment quand il s'agit de résumer leurs résultats et d'exprimer des préconisations.

## CHAPITRE 2. LES DEUX CARACTÉRISTIQUES DE BASE : COMPÉTENCES ET STATUT SOCIOÉCONOMIQUE

Vous avez déjà certainement compris que les deux caractéristiques de base de l'enquête PISA 2012 sont les compétences en mathématiques et le statut socioéconomique des élèves. La première est sous l'influence évidente de la seconde. Elle est également sous l'influence d'une multitude d'autres caractéristiques dont seules quelques-unes seront étudiées dans ce livre. De même, le statut socioéconomique influence de nombreuses autres caractéristiques dont seules quelques-unes seront analysées ici. Nous allons tout d'abord nous intéresser à la relation qu'entretiennent donc le statut socioéconomique des élèves et leurs compétences en mathématiques. L'indicateur qui sera toujours utilisé dans ce texte pour mesurer le niveau de compétence des élèves de 15 ans est leur score. Et l'indicateur qui sera toujours utilisé ici (à deux exceptions près) pour mesurer le statut socioéconomique des élèves est leur indice SESC. La relation entre ces deux indicateurs a bien évidemment été analysée par l'OCDE, mais pas tout à fait de la même façon que moi. Ce chapitre sera également l'occasion de découvrir certains calculs statistiques dont la compréhension est indispensable pour comprendre de quoi on parle vraiment. Des encadrés **Simulation** vous permettront de vous entraîner sur des calculs simples (calculatrice, ou mieux, fichier Excel, sont recommandés !) à partir de données fictives.

Intéressons-nous tout d'abord de plus près à la caractéristique reine de l'enquête PISA 2012 : les compétences en mathématiques des élèves âgés de 15 ans.

### *1. Évaluer les compétences en mathématiques des élèves de 15 ans*

Les compétences des élèves ont été mesurées à l'aide d'un score qui représente leur niveau.

En 2003, les scores bruts (obtenus après dépouillement des tests) des élèves ont tous subi une transformation afin que la moyenne des scores moyens de chaque pays de l'OCDE soit égale à 500, et que l'écart-type moyen des scores des élèves de l'OCDE soit égale à 100 (voir annexe 2). Je reviens plus loin sur ces concepts mathématiques, l'essentiel à retenir ici est qu'un élève qui a obtenu un score brut de 0 (qui n'a répondu à aucune question par exemple, et cela arrive nous le savons bien), n'aura donc pas 0 une fois son score modifié. Il faut oublier ici nos échelles habituelles où les valeurs extrêmes (0 et 20 par exemple) ont un sens intrinsèque. Une fois transformés, les scores ne peuvent être interprétés que les uns par rapport aux autres : la comparaison (des pays autres eux) est donc bien la finalité des enquêtes PISA qui intègre d'emblée cet objectif dans son architecture statistique même.

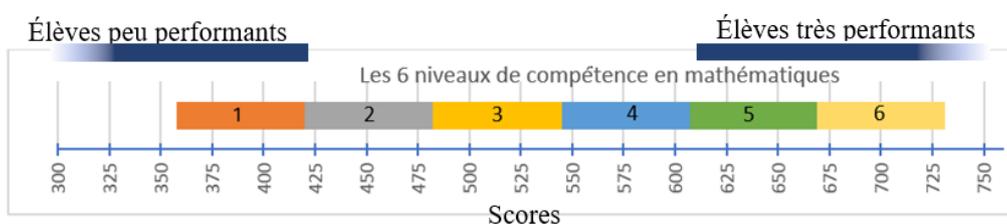
Cette transformation mathématique intégrait certaines caractéristiques des données brutes obtenues en 2003. Et c'est cette même transformation qui a été appliquée en 2012 afin d'obtenir des moyennes nationales que l'on puisse comparer à celles calculées en 2003. C'est ce qui explique que la moyenne de l'OCDE ne soit pas égale, en 2012, à 500 mais à 494, et que l'écart-type, en 2012 toujours, ne soit pas égal à 100 mais à 92. Afin de mieux appréhender la valeur de ces scores, sachez que l'écart de scores moyen observé dans les pays de l'OCDE entre des élèves séparés par une année d'étude<sup>23</sup> est de 41 points et que cette valeur est de 49 points pour la France (tableau A1.2, volume I). Six niveaux de compétences ont également été définis par l'OCDE. À partir de 358 points, les élèves sont au

---

<sup>23</sup> Année d'étude signifie ici grade ou niveau (la 10<sup>ème</sup> année d'étude en France est la classe de seconde où se trouvent les élèves de 15 ans « à l'heure »).

niveau 1, puis on rajoute à chaque fois 62 points pour obtenir le score minimal du niveau suivant (sauf entre les niveaux 3 et 4 où il convient de rajouter 63 points). Les élèves très performants sont des élèves de niveau 5 ou 6, ils ont donc plus de 607 points. Les élèves peu performants n'ont pas le niveau 2, ils ont donc moins de 420 points (figure 3).

	Élèves peu performants					Élèves très performants	
Niveau de compétence	Sous le niveau 1	1	2	3	4	5	6
Score minimum	Pas de minimum	358	420	482	545	607	669



**Figure 3** : score et niveaux de compétence

Un élève qui a un score de 494 (c'est la moyenne pour les pays de l'OCDE) a donc un niveau de compétence égal à 3.

## 2. Les différents niveaux d'analyse : élèves, établissements, pays

Intéressons-nous de façon plus détaillée à la façon dont les résultats de l'enquête PISA peuvent être étudiés, et notamment aux différents niveaux d'analyse possible. En effet, les élèves fréquentent des établissements, qui sont eux-mêmes dans des pays, qui font partie de l'OCDE inclue dans l'ensemble de tous les pays de l'étude (OCDE et pays partenaires).

Comme je vous l'ai annoncé précédemment, je vous propose, à partir de données fictives, de suivre les 5 étapes d'une simulation qui devraient vous aider à comprendre la structure de cette enquête PISA et les calculs qui y sont menés

Commençons par l'étape 1. On peut représenter l'ensemble de l'échantillon de la population étudiée par l'enquête PISA par le schéma ci-dessous.

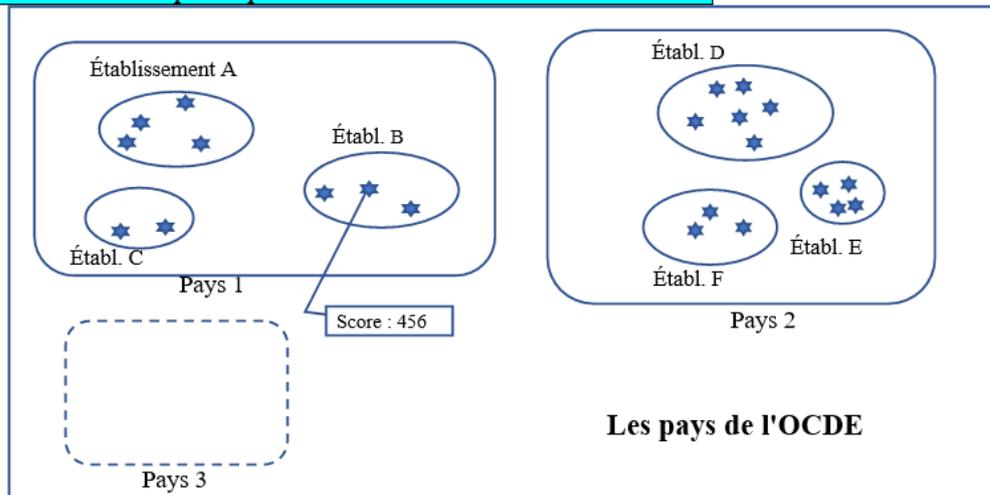
Les élèves (les petites étoiles) sont dans des établissements (A, B, C, ...) qui sont eux-mêmes dans des pays (1, 2, 3, ...) qui constituent l'ensemble des pays étudiés, c'est-à-dire l'OCDE.

Il y a donc 4 niveaux d'étude détaillés ci-dessous.

Le **niveau des élèves** : la plupart des données de base sont collectées à ce niveau auprès de chaque élève. Aucune de ces données n'est publiée par l'OCDE (à une exception près, j'y reviens plus loin). Par exemple chaque élève obtient un score après la passation des exercices.

Le **niveau des établissements** : certaines données sont collectées à ce niveau auprès des chefs d'établissement (par exemple l'évaluation du climat scolaire) et certaines données collectées auprès des élèves sont analysées à ce niveau (par exemple la moyenne des scores d'un établissement est calculée) afin d'obtenir des indicateurs associés aux établissements.

### Simulation. Étape 1 : présentation des ensembles de données



Le **niveau des pays** : certaines données sont collectées à ce niveau (par exemple le PIB par habitant) mais c'est surtout ici le traitement des données du **niveau élève** qui constitue la grosse masse des nouveaux indicateurs obtenus (par exemple la moyenne des scores des élèves de chaque pays, c'est-à-dire le score moyen national). L'analyse de la corrélation éventuelle entre des indicateurs obtenus au **niveau élève** permet également d'obtenir de nouveaux indicateurs nationaux (on étudie par exemple dans chaque pays la corrélation entre le score des élèves et leur statut socioéconomique pour obtenir un indice d'équité). Ces indicateurs mesurent des caractéristiques nationales. Les résultats que je vous présenterai à ce niveau seront signalés par le sous-titre **Au niveau des élèves dans chaque pays**. Plus rarement ce sont les données du **niveau établissement** qui sont traitées pour donner naissance à des indicateurs au niveau pays, et dans ce cas je le signalerai.

Le **niveau de l'OCDE** : le traitement des indicateurs obtenus au **niveau des pays** permet d'obtenir de nouveaux indicateurs, comme la moyenne des scores moyens de tous les pays (qui est égale à 494 en 2012, nous le savons déjà). Mais c'est surtout la corrélation éventuelle entre des indicateurs obtenus au **niveau des pays** qui sera analysée à ce niveau, par exemple la relation entre les scores moyens nationaux et les stratifications scolaires (comme le redoublement) mises en œuvre par les pays. Les résultats que je vous présenterai à ce niveau seront signalés par le sous-titre **Au niveau des pays de l'OCDE**. Exceptionnellement ce sont des données du **niveau élève** qui sont traitées pour obtenir un indicateur au niveau de l'OCDE, comme par exemple la moyenne des scores de tous les élèves de l'OCDE (ce qui n'est pas la même chose que la moyenne des scores moyens des pays, je reviens dessus plus loin).

Revenons maintenant au niveau des élèves. Chaque élève a un score (par exemple 456). On va voir qu'avec ce seul indicateur, le score des élèves, plusieurs calculs peuvent être faits puis exploités.

Imaginons que l'on oublie les établissements, et que l'on ne considère plus que des élèves dans des pays eux-mêmes inclus dans l'OCDE.

#### **Au niveau des élèves dans chaque pays**

On peut calculer la moyenne des scores de tous les élèves d'un même pays en additionnant tous les scores des élèves puis en divisant cette somme par le nombre total d'élèves étudiés. Par exemple, en France, cette moyenne est comme nous le savons déjà égale à 495. En répétant l'opération pour chaque pays, on obtient une série de moyennes nationales. Ces

moyennes nationales permettent déjà d'avoir une idée globale des performances des élèves dans chacun des pays. Mais elle ne dit rien de la répartition des scores autour de ces moyennes : ainsi, si tous les élèves français avaient eu comme note 495, leur moyenne aurait été égale à 495. Ce n'est bien sûr pas le cas, et les notes de ces élèves sont dispersées autour de la moyenne. Pour avoir une idée de cette dispersion, on calcule la variance : c'est la somme des carrés des différences de chaque score avec la moyenne, divisée par le nombre d'élèves de l'échantillon national. Plus les notes sont dispersées et éloignées de la moyenne et plus la variance est grande (elle serait égale à zéro si tous les élèves avaient un score de 495). On trouve les variances pour chaque pays dans le tableau II.2.8a. En France, elle est égale à 9500. Le problème de la variance est qu'elle n'est pas dans la même unité que le score, puisqu'on a élevé les différences au carré. C'est pour cela qu'on lui préfère souvent l'écart-type égal à la racine carrée de la variance. L'écart-type pour la France est donc égal à 97 (tableau I.2.3a). L'écart-type permet d'avoir une idée de la distribution des scores autour de la moyenne, surtout quand on considère que ces scores ont une distribution normale. Plus l'écart-type est faible, plus les scores sont proches de la valeur moyenne et plus les performances des élèves sont proches les unes des autres.

Reprenons notre simulation. Nous sommes maintenant à l'étape 2.

On s'intéresse aux 9 élèves du pays 1 dont on a la liste des scores. On va calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de cette série de données.

**Simulation. Étape 2 : moyenne, variance, écart-type**

Scores des 9 élèves	
Élève 1	602,35
Élève 2	653
Élève 3	456
Élève 4	453
Élève 5	456
Élève 6	301,65
Élève 7	457
Élève 8	567
Élève 9	509

Moyenne =  $\frac{602,35+653+456+453+456+301,65+457+567+509}{9} = 495$

Variance =  $\frac{(602,35-495)^2+(603-495)^2+(456-495)^2+\dots+(567-495)^2+(509-495)^2}{9} = 9500$

Écart-type =  $\sqrt{9500} = 97$

Ce sont en fait les résultats obtenus par la France dans PISA 2012.

**Au niveau des pays de l'OCDE**

On calcule maintenant la moyenne de ces moyennes nationales (on divise la somme des moyennes nationales par le nombre de pays qui est égal à 34 puisqu'il y a 34 pays dans l'OCDE). On obtient alors la moyenne de l'OCDE, qui est de 494. On peut déjà comparer la moyenne de chaque pays à cette moyenne obtenue pour l'OCDE, et conclure pour notre pays en observant que la moyenne des scores de nos élèves est très proche de la moyenne des pays de l'OCDE. Attention, cette dernière n'est pas la moyenne des scores *des élèves* de l'OCDE ayant participé à l'enquête PISA, mais bien la moyenne *des moyennes des scores des élèves* de chaque pays. Pour calculer la moyenne des scores *des élèves* de l'OCDE on calcule la

moyenne pondérée par le nombre d'élèves étudiés dans chaque pays<sup>25</sup> des moyennes nationales. Ce calcul a été fait, il donne comme résultat 487<sup>26</sup>.

On calcule également la moyenne des variances des pays de l'OCDE, qui est égale à 8 481 (et donc l'écart-type moyen est égale à 92 qui est la racine carrée de 8 481). Vous trouverez tous ces résultats dans le tableau I.2.3a.

### 3. Étude des scores d'un échantillon national

Ces résultats concernent bien sûr des échantillons. N'oublions pas que l'objectif final est de pouvoir inférer au niveau de la population dont l'échantillon est issu, c'est-à-dire de pouvoir tirer des conclusions sur l'ensemble des élèves de tel ou tel pays. Le calcul de la moyenne des scores obtenus par les élèves français présents lors des tests est donc une estimation du score moyen de tous les élèves français de 15 ans (la moyenne des scores qu'ils auraient obtenus s'ils avaient tous passés les tests PISA). Ce processus d'échantillonnage impose de prendre certaines précautions. Ainsi, on va calculer un intervalle de confiance à 95 % dans lequel la moyenne de tous les élèves de 15 français a une probabilité de 95% de se trouver. Les bornes de cet intervalle dépendent de la moyenne précédemment calculée, de l'écart-type (c'est-à-dire de la dispersion des notes autour de la moyenne) et de la taille de l'échantillon (voir l'étape 3 de la simulation ci-dessous). Plus cette taille est importante, plus l'intervalle est petit. Et plus la dispersion des notes autour de la moyenne est faible, plus l'intervalle est réduit également.

#### Simulation. Étape 3 : intervalle de confiance

Soit  $m$  la moyenne d'un échantillon,  $s$  son écart-type et  $n$  sa taille. Si  $n$  est supérieur à 30, la probabilité que l'intervalle  $I$  (voir ci-dessous) contienne la moyenne de la population dont l'échantillon est issu est égale à 95 %.

$$I = \left[ m - 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}} ; m + 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

On définit également l'erreur standard (ou erreur-type ou Standard Error en anglais) par  $SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$  donc  $I = [m - 1,96 \times SE ; m + 1,96 \times SE]$

Avec notre précédente simulation, nous savons que  $m = 495$ ,  $s = 97$  et  $n = 9$ .

Donc  $SE = \frac{97}{\sqrt{9}} \approx 32,3$  et  $I = [495 - 1,96 \times 32,3 ; 495 + 1,96 \times 32,3] = [430 ; 559]$

Nous sommes assez loin des valeurs calculées pour la France dans PISA 2012, puisque d'après les données du tableau I.2.3a, l'intervalle de confiance à 95 % pour notre pays est [490 ; 500] (voir figure 4). Cela pourrait se traduire ainsi : la probabilité que l'intervalle [490 ; 500] contienne la moyenne des scores de tous les élèves français est de 95%.

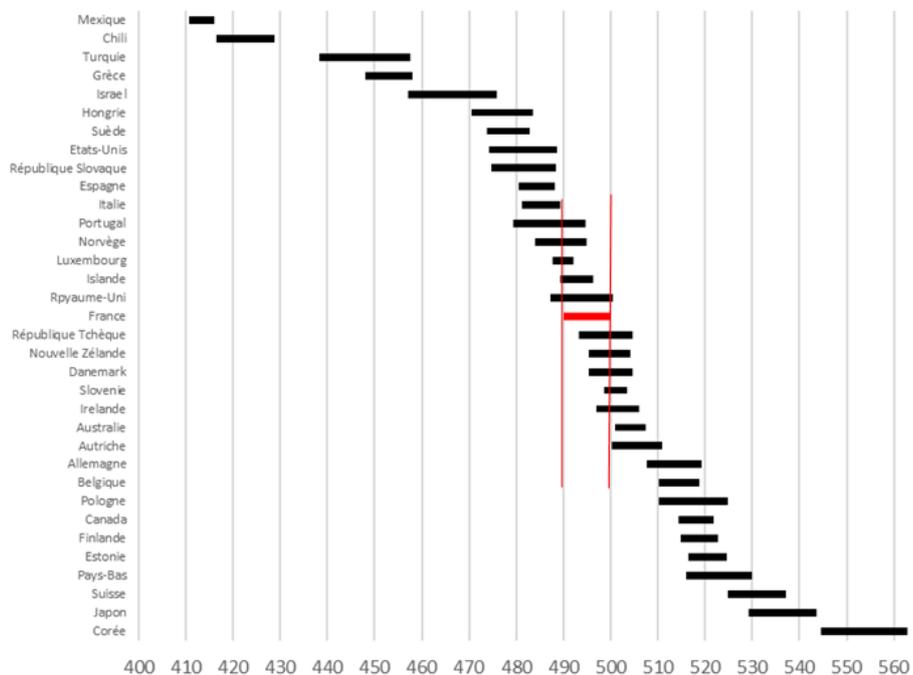
En pratique, quand les intervalles de confiance de deux pays se chevauchent cela signifie que ces deux pays ne présentent pas de différence statistiquement significative. Si l'OCDE évoque ces calculs d'intervalles de confiance, je ne les ai pas trouvés dans leurs publications. J'ai calculé les bornes des intervalles pour chacun des pays en utilisant les erreurs standards publiées dans le tableau I.2.3a<sup>27</sup>. Ils sont présentés dans la figure 4 ci-dessous. Et je retrouve la conclusion de l'OCDE qui indique que le score moyen de la France est comparable à celui

<sup>25</sup> Pour chaque pays, on multiplie chaque score national moyen par l'effectif de l'échantillon ; on additionne tous ces résultats ; on divise par la somme des effectifs. Ou bien, on additionne les scores de tous les élèves de l'OCDE et on divise par leur nombre (cela revient au même).

<sup>26</sup> Ce résultat est appelé "total OCDE" dans les tableaux publiés dans les enquêtes PISA

<sup>27</sup> Une figure similaire a été publiée par la DEPP (note d'information 13.31, décembre 2013)

des pays de l'OCDE suivants : Irlande, Danemark, Nouvelle-Zélande, République tchèque, Royaume-Uni, Islande, Luxembourg, Norvège, Portugal (figure I.2.13). D'après mon graphique, on pourrait rajouter à cette liste la Slovénie. C'est pour cette raison que l'on peut lire sous la plume<sup>28</sup> de l'OCDE que « *la France apparaît à la 25e place parmi les 65 pays et économies ayant participé à l'évaluation de mathématiques mais, les résultats étant basés sur un échantillon, son classement relatif est en fait compris entre la 23e et la 29e place* ».



**Figure 4 :** intervalle de confiance à 95 % des scores

#### 4. Variations des scores dans les établissements

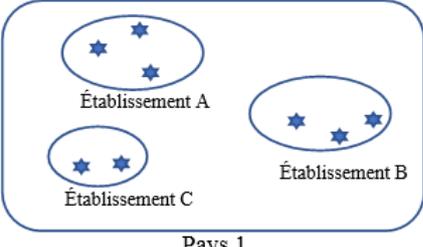
Revenons maintenant au cœur des établissements fréquentés par les élèves. Dans chaque établissement, on peut calculer la variance des scores des élèves. Nous sommes là au niveau établissement. Puis on calcule, dans un second temps, la moyenne pondérée de ces variances : nous voilà à nouveau au niveau pays ! Cette moyenne permet de mesurer l'effet intra-établissement de chaque pays : on va évaluer la variabilité des compétences des élèves à l'intérieur des établissements d'un pays.

Mais on peut aussi calculer la moyenne des scores des élèves dans chaque établissement (nous sommes à nouveau au niveau établissement), puis, dans un second temps, la variance pondérée de ces moyennes dans chaque pays (et encore le niveau pays !). Ici, c'est l'effet inter-établissement qui est examiné : on va évaluer la variabilité des établissements dans un même pays.

La somme de ces deux résultats, c'est-à-dire de la moyenne des variances et de la variance des moyennes, est égale à la variance totale, c'est-à-dire la variance des élèves dans le pays considéré. Il arrive que le terme variation soit utilisé en lieu et place de variance dans les publications (c'est parfois le cas dans l'enquête PISA). Voilà ce que cela donne avec notre simulation (étape 4 ci-dessous) en reprenant les données du pays 1.

<sup>28</sup> OCDE, 2012, France : PISA 2012, faits marquants

**Simulation. Étape 4 : variance intra et inter établissement**

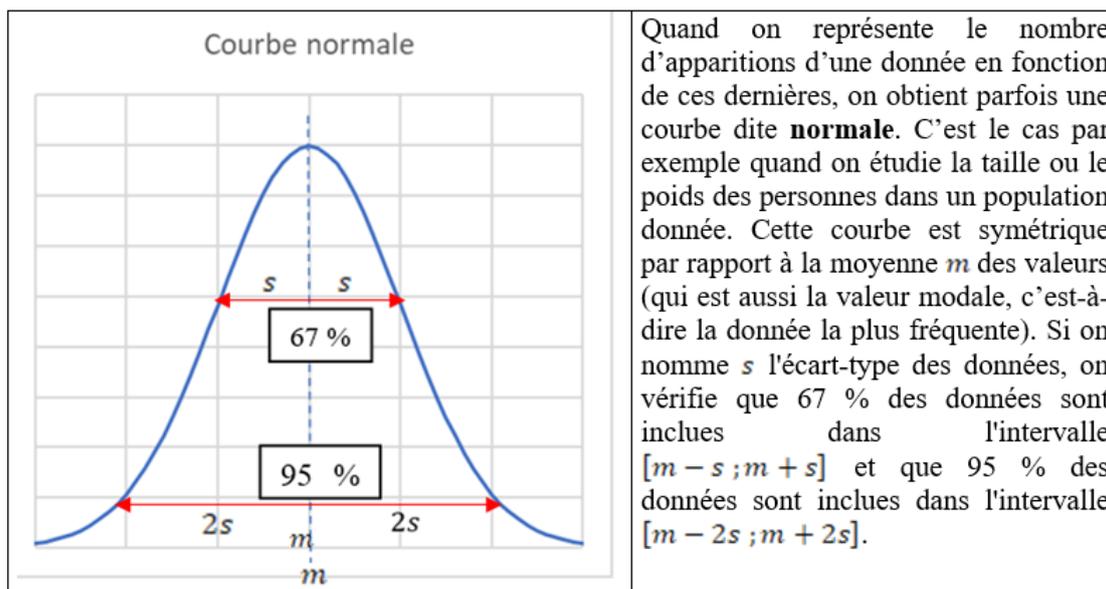
 <p>Pays 1</p>	Établissement A	Élève 1	602,35	$m_A = 541$ $V_A = 7819$
		Élève 2	653	
		Élève 3	456	
		Élève 4	453	
	Établissement B	Élève 5	456	$m_B = 405$ $V_B = 5329$
		Élève 6	301,65	
		Élève 7	457	
	Établissement C	Élève 8	567	$m_C = 538$ $V_C = 841$
		Élève 9	509	

Effet intra établissement	Effet inter établissement
Moyenne pondérée des variances	Variance pondérée des moyennes
$\frac{4 \times V_A + 3 \times V_B + 2 \times V_C}{4 + 3 + 2} = \frac{4 \times 7819 + 3 \times 5329 + 2 \times 841}{9} = 5438$	$\frac{4 \times (m_A - m)^2 + 3 \times (m_B - m)^2 + 2 \times (m_C - m)^2}{4 + 3 + 2} =$ $\frac{4 \times (541 - 495)^2 + 3 \times (405 - 495)^2 + 2 \times (538 - 495)^2}{9} = 4061$
<p>Et enfin, <math>5438 + 4061 = 9500</math> (calculé précédemment à l'étape 2). Dans notre exemple (fictif bien sûr), l'effet intra-établissement est un peu plus important que l'effet inter-établissement dans le pays considéré.</p>	

Les données recensées pour certains pays sont publiées dans le tableau II.2.8a, où les différentes variances ont été comparées aux résultats de l'OCDE (voir aussi la figure II.2.7). Malheureusement, nous n'avons pas ces données pour la France qui a demandé à les écarter des publications, je vous explique plus loin pourquoi.

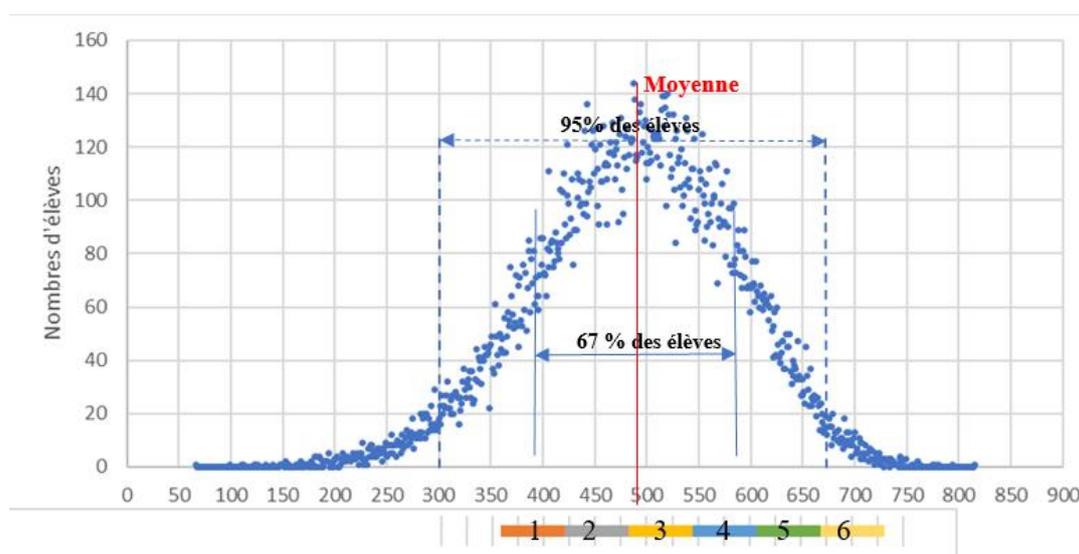
**5. Au niveau de l'ensemble de tous les élèves de l'OCDE : distribution normale des scores**

Nous n'avons pas les scores individuels de tous les élèves qui ont participé à l'enquête PISA 2012. Mais on connaît tout de même les scores de 10% des élèves de l'OCDE qui ont été tirés au sort parmi les participants (figure II.2.1). Cela représente plus de 29 000 scores. Ce sera l'unique occasion à ma connaissance de rencontrer des données du niveau élève dans l'ensemble des publications de l'OCDE. Ces scores sont des nombres décimaux. Je n'ai gardé que leur partie entière pour présenter ces données sous la forme d'un nuage de point, où chaque point a comme abscisse un score et comme ordonnée le nombre d'élèves ayant obtenu ce score (voir figure 5 ci-dessous). J'ai obtenu ainsi un nuage de point qui suit plus ou moins la forme attendue d'une courbe en cloche, ou encore courbe normale. Ces courbes ont des propriétés particulières que je vous explique dans l'encadré 4 ci-dessous.



**Encadré 4** : propriétés des courbes normales

Revenons à notre nuage de point. La moyenne calculée de ces 10 % d'élèves PISA est égale à 488 et leur écart-type est de 95<sup>29</sup>. Ici, en appliquant les propriétés des courbes normales, cela se traduit de la façon suivante : 67% des élèves ont un score compris entre 393 et 583 ; 95 % des élèves ont un score compris entre 298 et 678. Les 6 niveaux de compétences déterminés par l'OCDE figurent sous l'axe des abscisses.



**Figure 5** : répartition normale des scores de 10% des élèves ayant participé à l'enquête

Vous remarquerez que le nuage de point est légèrement dyssymétrique, et que les points ne sont pas exactement alignés sur une courbe lisse en forme de cloche (et il s'en faut de beaucoup ...). Il s'agit ici comme bien souvent d'utiliser des modèles théoriques et leurs propriétés quand les données expérimentales semblent ne pas trop s'en écarter pour enfin conclure avec précautions. Quand on détermine les deux intervalles de scores autour de la

<sup>29</sup> On peut faire le rapprochement avec les valeurs données pour l'OCDE, on connaît effectivement la moyenne des scores des élèves de l'OCDE qui est égale à 487 et la moyenne pondérée par la population des écart-types des pays de l'OCDE qui est égale à 98 (tableau I.2.3a).

moyenne (67% et 95% des élèves autour du score 488) à partir des données du nuage de points, on obtient des valeurs très voisines de celles calculées ci-dessus<sup>30</sup>.

### 6. Mesurer le statut socioéconomique des élèves : l'indice SESC

Si la compétence des élèves est bien la caractéristique principale mesurée par l'enquête PISA 2012, leur statut socioéconomique arrive confortablement en deuxième position. Ces deux éléments sont associés à de nombreux calculs dans les enquêtes PISA car ils sont au cœur même du principe d'équité dont nous avons déjà évoqué l'existence, et que nous analyserons dans les chapitres suivants. Mais auparavant, il nous faut définir et mesurer le niveau socioéconomique des élèves interrogés dans l'enquête PISA 2102.

Le statut socioéconomique des élèves est habituellement considéré comme basé sur l'éducation, le statut professionnel et les revenus des parents. C'est pourquoi, dans l'enquête PISA 2012, le statut socioéconomique est mesuré à partir de trois composantes :

- la profession la plus hautement qualifiée des parents,
- la durée d'études suivies par les parents la plus importante,
- un indice mesurant les possessions familiales<sup>31</sup>.

À partir de ces trois mesures, l'OCDE a élaboré l'indice SESC comme mesure du niveau socioéconomique des élèves. Comme de nombreux indices PISA, cet indice est basé sur les déclarations des élèves au moyen de la complétion d'un questionnaire. Il a également été centré-réduit (un peu de la même façon que pour les scores) pour les pays de l'OCDE, de façon à ce que sa moyenne soit égale à 0 et que son écart-type soit égal à 1 (voir encadré 5 ci-dessous).

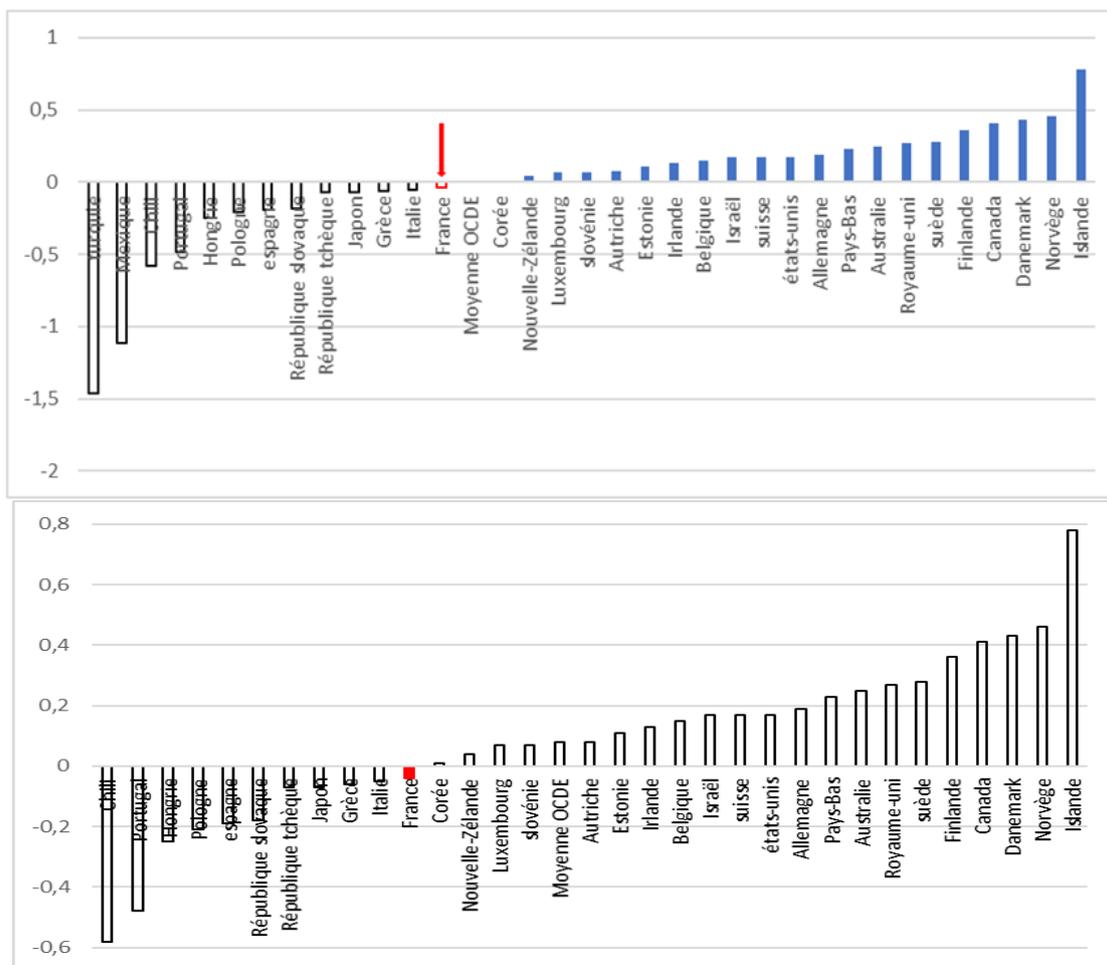
De nombreux indices ont été **centrés réduits** (ou normalisés) dans les rapports PISA. Il s'agit d'appliquer à une série de données brutes dont on connaît la moyenne et l'écart-type la transformation suivante :  $Nouvelle\ donnée = (donnée\ brute - moyenne) \div \text{écart type}$  Les nouvelles données ont alors comme moyenne 0 et comme écart-type 1. Dans le cas d'une distribution normale, 67% des données sont donc comprises dans l'intervalle  $[-1 ; +1]$  et 95 % des données sont comprises dans l'intervalle  $[-2 ; +2]$  (voir encadré 4 ci-dessus).

#### Encadré 5 : données centrées et réduites

Les indices SESC moyens de chaque pays ayant participé à l'étude PISA et leurs écart-types sont rassemblés dans le tableau II.2.13a (voir figure 6 ci-dessous). Remarquons que les deux pays non européens qui ferment la marche de ce classement, la Turquie et le Mexique, pèsent lourd dans le calcul de la moyenne des pays de l'OCDE. Cette moyenne est égale à 0 (par construction) quand on considère tous les pays de l'OCDE ; elle est de 0,083 quand ces deux pays non européens sont écartés du calcul.

<sup>30</sup> On trouve alors comme intervalles 392 et 584 pour le premier, 292 et 660 pour le second.

<sup>31</sup> Ces trois composantes correspondent aux questionnaires HISEI, PARED et HOMEPOS. Ce dernier est présenté en annexe.

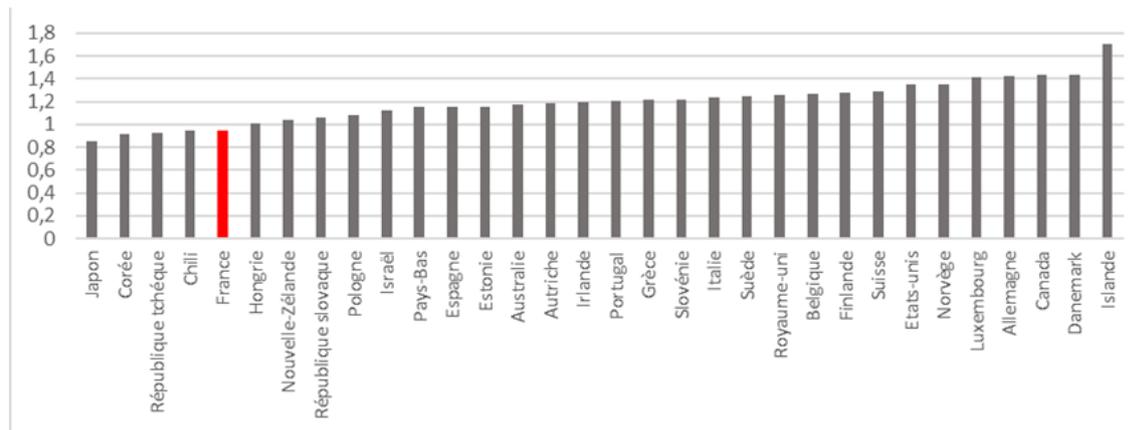


**Figure 6 :** indice SESC dans tous les pays de l'OCDE (en haut), dans l'OCDE sans la Turquie et le Mexique (en bas) ; la France en rouge.

Pour décrire la dispersion d'une série de données, nous avons déjà vu l'utilisation de la variance et de l'écart-type. Je vous présente dans ce qui suit une autre façon de faire. Dans un premier temps on classe les données par ordre croissant. Dans un second temps on les regroupe en groupes de même effectif (on parle alors de classes). Si on partage la série de données en quatre classes, on dit que l'on regroupe la série de données en quartiles<sup>32</sup> ; ainsi le premier quartile désigne la première classe des données, c'est-à-dire 25% des données les plus basses. Le quatrième quartile regroupe quant à lui 25 % des données les plus élevées. Dans l'enquête PISA, les indices SESC de chaque pays ont été regroupés en quartiles, et les moyennes des indices SESC de chaque quartile ont été calculées. On les trouve dans le tableau II.2.4a.

En ce qui concerne les trois premiers quartiles, quand on exclue la Turquie et le Mexique de l'analyse, la France occupe (sur 32 pays donc) la 22<sup>ème</sup> place, la 21<sup>ème</sup> place et la 23<sup>ème</sup>. En ce qui concerne l'indice moyen du 4<sup>ème</sup> quartile (les élèves les plus riches), comme vous le constaterez dans la figure 7 ci-dessous, la France occupe la 28<sup>ème</sup> place. Cette présentation des résultats montre que la France se place dans la partie basse des pays de l'OCDE.

<sup>32</sup> Le terme quartile a été utilisé par l'OCDE pour désigner un groupe d'élèves ; il fait habituellement référence à la donnée la plus grande du quartile considéré.



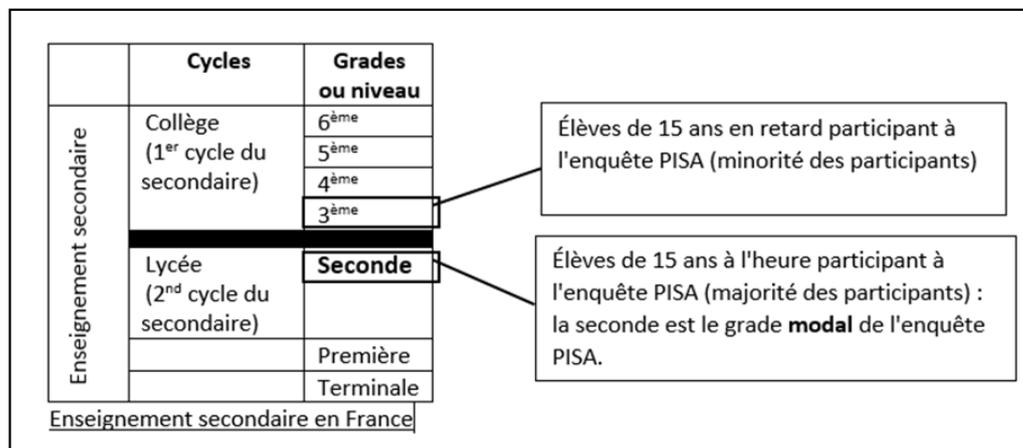
**Figure 7** : indice SESC de 25% des élèves les plus riches (sans la Turquie et le Mexique, la France en rouge)

Pour mesurer le niveau socioéconomique d'un pays, on utilise également très souvent le PIB par habitant. Cet indicateur a aussi été employé par l'OCDE dans cette enquête PISA comme vous le constaterez plus loin. Remarquons simplement pour l'instant que le PIB par habitant n'est bien sûr pas une donnée propre à l'enquête PISA dont nous analysons les résultats ici.



### CHAPITRE 3. DISPARITION DE CERTAINES DONNÉES FRANÇAISE : REDOUBLEMENT ET ORIENTATION EN FIN DE 3<sup>ÈME</sup>

Il est temps maintenant de faire le point sur un élément qui va clairement modifier les règles du jeu et diminuer notre capacité à conclure, au niveau de notre pays tout du moins. En effet, de nombreuses données françaises concernant les établissements scolaires et leur niveau socioéconomique ont été écartées des rapports PISA, et ce à la demande de la France<sup>33</sup>. D'après Felouzis<sup>34</sup>, la France justifie le retrait de ses données par l'architecture particulière de son système éducatif : les élèves qui ont suivi une scolarité sans redoublement en France sont en seconde au moment de la passation des tests PISA<sup>35</sup>. Donc ceux qui sont âgés de 15 ans et qui ont redoublé une fois sont en troisième, voire en quatrième pour ceux qui ont redoublé deux fois (voir encadré 6). Le niveau socio-économique des établissements est calculé en faisant la moyenne des indices SESC de chaque élève **ayant passé les tests PISA**. Les élèves de 15 ans qui sont « en retard » et qui sont donc en 3<sup>ème</sup> ou en 4<sup>ème</sup> ne sont pas représentatifs de leur collège car leur niveau socioéconomique est plus bas que celui des élèves « à l'heure » (mais qui n'ont pas 15 ans et donc qui ne sont pas concernés par l'enquête PISA). C'est encore la même chose pour les élèves de seconde (et qui donc ne sont pas des redoublants), mais dans l'autre sens cette fois. Dans les systèmes éducatifs ou les redoublants et les élèves à l'heure sont tous dans le même établissement quand ils sont âgés de 15 ans, les indices SESC moyens de ces établissements n'ont bien sûr pas la même signification. Il est clair que la ségrégation sociale des établissements sera surévaluée dans le premier cas de figure qui est le nôtre.



**Encadré 6** : les élèves de 15 ans dans l'enseignement secondaire en France

Pour faire le point sur cette question, le pourcentage des élèves redoublants (noté (1) dans le tableau 1 ci-dessous), le pourcentage des élèves présents dans le grade modal – 1, c'est-à-dire en 3<sup>ème</sup> pour les élèves français (noté (2) dans le tableau 1) et le pourcentage d'élèves

<sup>33</sup> La mention **w** pour withdraw indiqué dans certains tableaux en lieu et place des données attendues l'atteste, ou bien tout simplement l'absence de la France dans certaines figures et certains tableaux

<sup>34</sup> Les enquêtes PISA, Georges Felouzis et Samuel Charmillot, PUF, 2012

<sup>35</sup> L'enquête PISA s'est déroulée au printemps 2012 (Technical Report, p. 66) et inclus des élèves âgés de 15 ans et 3 mois révolus à 16 ans et 2 mois révolus (volume I, annexe A2, p. 282). Les seuls élèves de 3<sup>ème</sup> à l'heure en avril sont les élèves âgés de 15 ans et 3 mois révolus. Tous les autres sont soit en seconde soit en retard s'ils sont en 3<sup>ème</sup>.

présents dans le premier cycle du secondaire (noté (3) dans le tableau 1), c'est-à-dire au collège pour les élèves français, ont été comparés dans tous les pays. Si ces nombres sont égaux, cela correspond potentiellement à une situation qui est celle de la France : les redoublants sont présents dans la classe terminale du premier cycle du secondaire français (en classe de 3<sup>ème</sup>, le dernier niveau ou grade du collège), les élèves « à l'heure » étant présents dans la première classe du second cycle du secondaire (en classe de seconde, le premier niveau ou grade du lycée). Ils sont donc dans des établissements différents. Les données sont issues des tableaux IV.1.23 et IV.2.2. J'ai cherché quels étaient les pays qui satisfaisaient à ces critères, en rajoutant comme second critère un taux de redoublement supérieur à 10%. Seuls la France, la Hongrie et les États-Unis partagent ce profil. Notons que la France se distingue tout de même des deux autres pays par un très fort taux de redoublement. Cette situation atypique peut expliquer que certains résultats français soient très contrastés et finalement non représentatifs de notre système éducatif ni de notre situation, ce qui a pu justifier le refus de publier certaines données. C'est d'ailleurs pour cette raison qu'un échantillon supplémentaire d'élèves de 3<sup>ème</sup> a été sélectionné par la DEPP, l'administration française chargée d'organiser la passation des tests PISA<sup>36</sup>.

Vous trouverez également dans le tableau 1 ci-dessous des données concernant la répartition des élèves entre enseignement général (seconde générale et technologique -2<sup>nde</sup> GT- et la classe de troisième) et enseignement professionnel (seconde professionnelle et CAP), données issues de l'enquête PISA toujours.

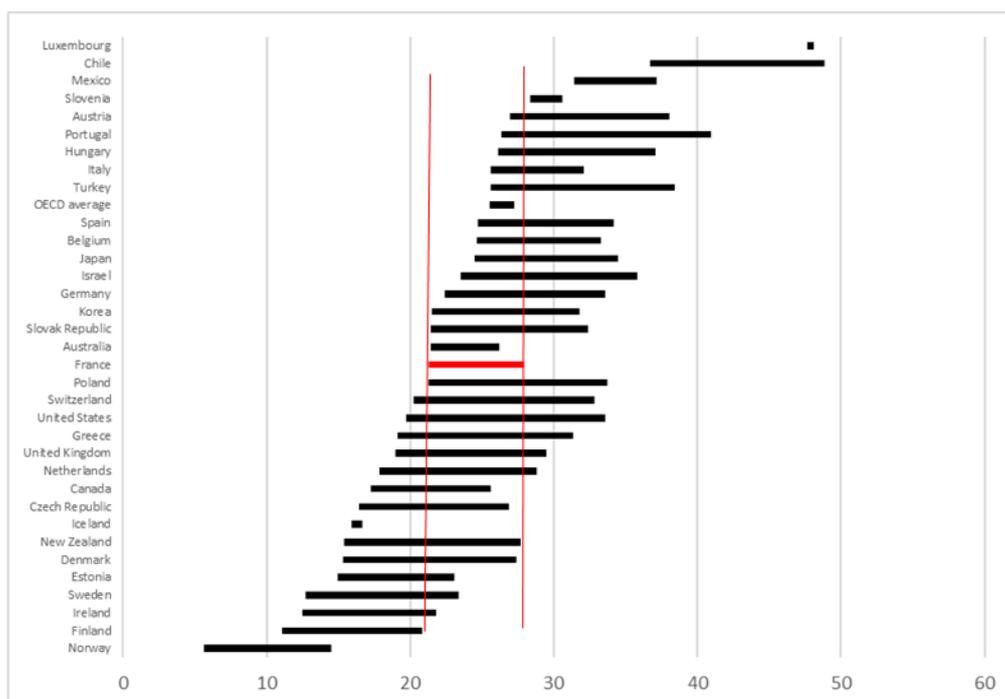
	Redoublement (1)	Année d'étude			Premier cycle du secondaire (3)	Enseignement général	Enseignement préprofessionnel
		Grade modal - 1 (2)	Grade modal	Grade modal +1			
<i>Traduction pour la France</i>		<b>3<sup>ème</sup></b>	<i>2<sup>nde</sup> GT ou pro</i>	<i>1<sup>ère</sup></i>	<b>3<sup>ème</sup></b>	<i>Seconde GT et 3<sup>ème</sup></i>	<i>Seconde pro et CAP</i>
Hongrie	<b>10,8</b>	<b>11,6</b>	67,8	20,6	<b>11,6</b>	85,7	14,3
États-Unis	<b>13,3</b>	<b>12</b>	71,2	16,8	<b>12</b>	100	0
France (PISA)	<b>28,4</b>	<b>29,8</b>	66,6	3,6	<b>29,8</b>	84,7	15,3

**Tableau 1** : caractéristiques des élèves de 15 ans en Hongrie aux États-Unis et en France (en pourcentages)

Certaines données concernant le profil socioéconomique des établissements sont tout de même disponibles pour la France. Ainsi, grâce au tableau IV.3.7<sup>37</sup> je peux vous présenter la figure 8 ci-dessous qui donne le pourcentage des élèves de l'enquête fréquentant un établissement dont le niveau socioéconomique est plus bas que le niveau socioéconomique moyen des établissements du pays considéré. Là encore, j'ai calculé des intervalles de confiance à 95 % (figure 8 ci-dessous).

<sup>36</sup> Kesksaik S., *Note d'information de la DEPP*, 31 décembre 2013

<sup>37</sup> Publié uniquement sur le web, en lien sur le fichier pdf



**Figure 8 :** intervalle de confiance à 95% des taux d'élèves fréquentant un établissement défavorisé

On peut donc conclure que la France ne s'écarte significativement d'aucun pays de l'OCDE à l'exception de la Finlande, de l'Islande et de la Norvège d'une part, du Luxembourg<sup>38</sup>, du Chili, du Mexique et de la Slovénie d'autre part. Encore une fois, le niveau socioéconomique d'un établissement est issu des réponses des élèves ayant participé à l'enquête PISA. Il reflète donc le niveau socioéconomique des élèves interrogés par l'OCDE qui ne sont pas représentatifs des élèves de leur établissement.

<sup>38</sup> Atypique avec presque 50% d'élèves fréquentant un établissement défavorisé, 15 % fréquentant un établissement moyen et 37% fréquentant un établissement favorisé, avec le PIB que l'on connaît (atypique lui-aussi).



## CHAPITRE 4. COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES ET STATUT SOCIOÉCONOMIQUE

Le lien entre le statut socioéconomique des élèves d'une part et leurs compétences et connaissances mathématiques d'autre part est bien connu. Nous savons déjà tous que les élèves socioéconomiquement défavorisés ont en moyenne des compétences mathématiques plus faibles que celles dont peuvent se prévaloir des élèves plus favorisés sur le plan économique. L'enquête PISA étudie ce lien non pas pour prouver une existence déjà bien documentée, mais pour en dessiner les contours plus finement et déceler les effets positifs que pourraient avoir telle ou telle mesure prise au niveau d'un système éducatif (c'est-à-dire au niveau d'un pays) pour atténuer ce lien. On va tout de même s'intéresser ici à décrire ce lien, son intensité comme son impact sur les compétences des élèves, puis, dans le dernier chapitre, nous verrons comment l'OCDE a mesuré ce lien grâce à un nouvel indicateur : l'indice d'équité. À partir de maintenant, nous avons besoin de pénétrer le domaine de la corrélation.

### *1. Au niveau des élèves dans chaque pays : corrélation entre le score et l'indice SESC des élèves*

On vient de voir au chapitre précédent que les compétences en mathématiques et le statut socioéconomique de chaque élève ont été traduits par deux indicateurs : le score pour le premier et l'indice SESC pour le second. Pour déterminer l'influence que le statut socioéconomique peut avoir sur les compétences mathématiques, on va bien évidemment utiliser ces deux indicateurs. Pour chaque pays on va dans un premier temps tracer le nuage de points correspondant : chaque élève est un point avec comme abscisse son indice SESC (c'est la variable indépendante) et comme ordonnée son score (c'est la variable dépendante de la première).

Quel que soit la forme que va prendre ce nuage, on va ensuite chercher à tracer la droite qui le représente au mieux. C'est une opération que l'on peut mener dans un premier temps à vue d'œil avec une règle et un crayon. Mais il existe une façon bien plus rigoureuse de résoudre ce problème. On devra pour cela faire deux calculs. On va déterminer précisément la droite modèle qui se rapproche le plus de notre nuage de point, et pour cela on va calculer son équation ; et dans le même temps on évaluera la qualité de notre modèle (plus les points sont proches de la droite, meilleur sera notre modèle) et pour cela on va calculer le coefficient de détermination.

Revenons au premier point. La droite qui représente au plus près un nuage de points est appelée la droite de régression ou encore la droite des moindres carrés. Quel que soit le nuage de point, une telle droite peut être déterminée et tracée, y compris quand le nuage de points ne ressemble à rien d'autre ... qu'à un nuage. Donc sa présence sur un nuage ne veut pas dire grand-chose si par ailleurs on ne peut pas évaluer la qualité de cette modélisation. Nous voilà au deuxième point. Les choses se compliquent un peu et vous comprendrez mieux après la lecture de l'étape 5 de la simulation ci-dessous comment procéder (c'est la plus longue mais aussi la dernière !) Sachez déjà que la qualité de notre modèle sera mesurée par un nombre, le coefficient de détermination qui est noté  $R^2$  ( $R$  étant le coefficient de corrélation). Une présentation plus rigoureuse de ces résultats vous est proposée en annexe 2.

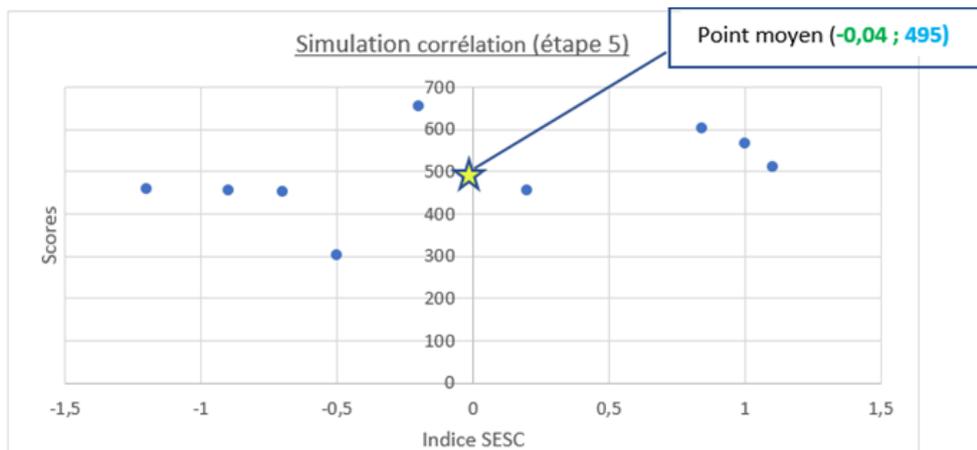
### Simulation. Étape 5 : corrélation entre deux variables

Attention, vous êtes ici dans la partie mathématique la plus difficile de ce livre. La bonne nouvelle : Excel fera tout à votre place. La mauvaise : il faut en passer par là pour comprendre vraiment la suite et c'est un petit peu long.

Nous allons reprendre notre simulation pour faire le point sur les calculs qui sont effectués dans ce genre d'analyse statistique, en rajoutant pour chacun des 9 élèves vus à l'étape 4 un indice SESC. En procédant de la même façon que pour les scores, nous calculons la moyenne et l'écart-type de ces 9 indices SESC. On remarquera que la moyenne des indices SESC est égale à -0,04 et leur écart-type est égal à 0,81, ce qui correspond aux données de l'étude PISA pour la France.

	Élève 1	Élève 2	Élève 3	Élève 4	Élève 5	Élève 6	Élève 7	Élève 8	Élève 9	Moyennes	Écarts-types
Scores	302	453	456	456	457	509	567	602	653	495	97
Indices SESC	-0,5	-0,7	-0,9	0,2	-1,2	1,1	1	0,8	-0,2	-0,04	0,81

On va ensuite tracer le nuage de points correspondant. Sur ce graphique, on place également le point moyen (de coordonnées les moyennes des deux indicateurs) en le représentant par une étoile.



On pourrait peut-être déjà tracer une droite qui semblerait s'adapter au mieux à notre (petit) nuage. A vue d'œil, elle le traverserait avec une pente légèrement positive (elle monte quand on va vers la droite), en passant pas trop loin du point moyen. On va bien sûr faire mieux puisqu'on va calculer l'équation de cette droite en suivant les étapes détaillées ci-dessous. On évaluera ensuite la qualité de notre modèle en calculant le coefficient de détermination  $R^2$  dont je vous parlais ci-dessus.

#### Équation de la droite de régression

Cette équation est de la forme  $y=ax+b$ , où  $a$  est la pente et  $b$  l'ordonnée à l'origine (c'est la valeur de la variable dépendante, ici le score, quand la variable indépendante, ici l'indice SESC, est égal à zéro), avec :

$$a = \frac{(-0,5 - -0,04)(302 - 495) + (-0,7 - -0,04)(453 - 495) + \dots + (-0,2 - -0,04)(653 - 495)}{9 \times 0,81^2} \approx 57,6$$

$b = 495 - a \times (-0,04) \approx 497,3$  (ce qui signifie que le point moyen est sur la droite de régression).

### Calcul du coefficient de détermination

On calcule dans un premier temps le coefficient de corrélation, noté R :

$$R = \frac{(-0,5 - -0,04)(302 - 495) + (-0,7 - -0,04)(453 - 495) + \dots + (-0,2 - -0,04)(653 - 495)}{0,81 \times 97} \approx 0,48$$

Le numérateur est appelé la **covariance** des deux variables (ici le score et l'indice SESC)<sup>39</sup>. Le coefficient de corrélation est toujours compris entre -1 et 1. Il est positif quand la pente est positive, et négatif dans le cas contraire. Pour obtenir le coefficient de **détermination**, on élève le coefficient de corrélation au carré, puis on multiplie par 100 pour avoir un pourcentage. Ici  $R^2 = 0,23$  ou 23% (au centième près).

Le coefficient de détermination, le fameux  $R^2$  donc, représente l'intensité de la relation entre les deux variables expliquée par le modèle (la droite de régression). On dit aussi que c'est le pourcentage de variation de la variable dépendante (ici le score) expliquée par les variations de la variable indépendante (ici l'indice SESC) selon le modèle linéaire proposé. Ce nombre est compris entre 0% et 100%. Plus le nuage de points est proche de la droite de corrélation et plus le coefficient de détermination sera grand et plus les variations du nombre présenté en ordonnée seront expliquées par les variations du nombre présenté en abscisse selon le modèle linéaire proposé. Un coefficient de détermination qui serait égal à 100% signifierait que les points sont alignés sur la droite de régression. Cela n'arrive bien sûr jamais en sciences sociales. Si le coefficient de détermination caractérise l'intensité d'une corrélation, la pente de la droite de régression est également un résultat important car elle caractérise l'impact de la variable indépendante sur la variable dépendante. Ici elle correspond à l'augmentation du score pour l'augmentation d'une unité de l'indice SESC, toujours selon notre modèle linéaire. Quand on s'intéresse à l'influence d'un facteur sur une caractéristique, un coefficient de détermination important est de peu d'importance si la pente de la droite est proche de zéro. On serait dans la situation d'un lien fort mais dont l'effet est quasi nul. Dans mes calculs, je vous donnerai à chaque fois ces deux nombres : le coefficient de détermination et la pente de la droite (ils seront également affichés sur les graphiques, voir ci-dessous).

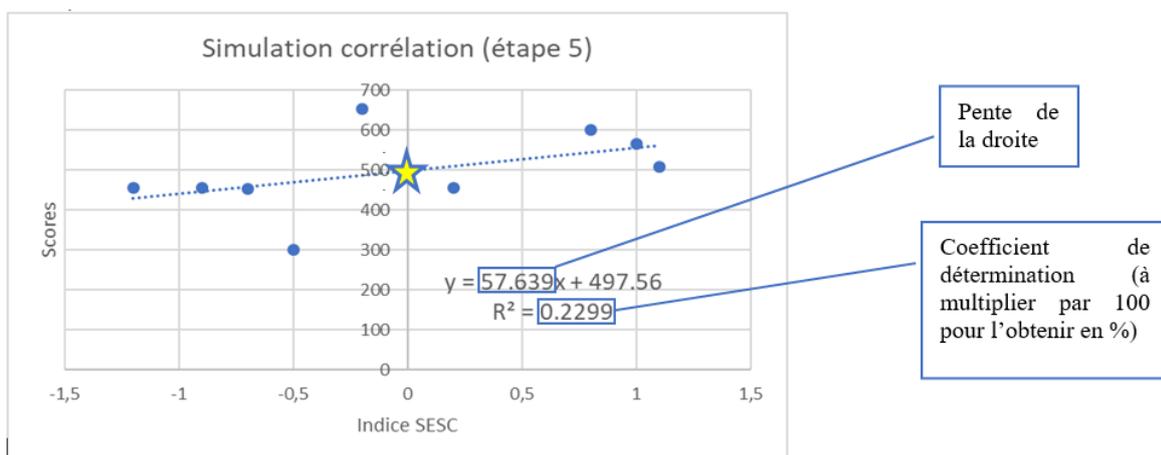
Pour en finir avec notre simulation, les deux résultats obtenus peuvent se traduire ainsi : 23% de la variation des scores des élèves français peut s'expliquer par la variation de leur indice SESC et quand cet indice augmente d'une unité, le score augmente de 57,6 points, bien sûr tout ceci étant associé au modèle linéaire proposé (la droite de régression). Ces deux résultats obtenus dans notre simulation sont proches de ceux réellement obtenus pour la France dans l'enquête PISA 2012.

Reprenons maintenant notre (petit) nuage de points. On peut très facilement, en utilisant les fonctionnalités d'Excel, rajouter la droite de corrélation sur le graphique et afficher son équation ainsi que le coefficient de détermination<sup>40</sup>. Il n'y a finalement aucun calcul à faire ! Voilà ce que cela donne :

---

<sup>39</sup> C'est aussi le numérateur de la pente  $a$ .

<sup>40</sup> Voir l'annexe pour l'utilisation d'Excel



Voilà, s'en est terminé pour nos simulations. Vous êtes maintenant armés pour comprendre tout ce qui va suivre, le plus dur est presque derrière vous !

Revenons maintenant à l'enquête PISA. Pour chaque pays, l'OCDE a publié le coefficient de détermination et la pente de la droite dite de régression censée expliquer les variations des scores des élèves en fonction de leurs indices SESC<sup>41</sup>. Ces nombres ont été regroupés dans plusieurs tableaux, notamment dans le tableau II.2.1. Ce fameux coefficient de détermination est égal à 22,5 % pour la France, ce qui se traduit comme nous l'avons déjà vu ainsi : 22,5% de la variation des scores des élèves français s'explique par les variations de leur indice SESC. Cela situe notre pays dans le bas du classement des pays de l'OCDE. On peut effectivement parler de "bas", car plus ces nombres sont importants et plus le score est corrélé de façon intense au statut socioéconomique des élèves et moins bonne est la situation du pays considéré. La pente de la droite de régression est égale à 57 pour la France, et c'est la valeur la plus élevée des pays de l'OCDE. Cela se traduit comme nous l'avons également déjà vu ainsi : selon le modèle de régression, l'écart de score pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC est égal à 57 points. C'est encore une fois un mauvais résultat.

C'est ce premier nombre, le coefficient de détermination, qui deviendra par la suite dans les documents PISA l'indice d'équité des performances. Il a donc une importance fondamentale dans les enquêtes PISA et je reviendrai largement dessus dans le chapitre 5. Pentes des droites, coefficients de détermination, scores et indices SESC sont rassemblées dans le tableau 2 suivant pour chacun des 34 pays de l'OCDE.

<b>A</b>	42	43	49	31	34	51	39	29	33	57	43	34	47	31	38	51	30
<b>B</b>	12	16	20	9,4	23	16	17	8,6	9,4	22,5	17	16	23	7,7	15	17	10
<b>C</b>	504	506	515	518	423	499	500	521	519	495	514	453	477	493	501	466	485
<b>D</b>	0,25	0,08	0,15	0,41	-0,58	-0,07	0,43	0,11	0,36	-0,04	0,19	-0,06	-0,25	0,78	0,13	0,17	-0,05
<b>Pays</b>	Australie	Autriche	Belgique	Canada	Chili	R. Tchèque	Danemark	Estonie	Finlande	France	Allemagne	Grèce	Hongrie	Islande	Irlande	Israël	Italie

<sup>41</sup> Les nuages de points des élèves dans un pays donné ne sont pas disponibles dans les publications PISA

<b>A</b>	41	42	37	19	40	52	32	41	35	54	42	34	36	38	32	41	35	<b>39</b>
<b>B</b>	9,8	10	18	10	12	18	7,4	17	20	25	16	16	7,4	13	15	13	15	<b>15</b>
<b>C</b>	536	554	490	413	523	500	489	518	487	482	501	484	478	531	448	494	481	<b>494</b>
<b>D</b>	-0,07	0,01	0,07	-1,11	0,23	0,04	0,46	-0,21	-0,48	-0,18	0,07	-0,19	0,28	0,17	-1,46	0,27	0,17	<b>0</b>
<b>Pays</b>	Japon	Corée	Luxembourg	Mexique	Pays-Bas	Nelle Zélande	Norvège	Pologne	Portugal	R. Slovaque	Slovénie	Espagne	Norvège	Suisse	Turquie	Royaume- Uni	États-Unis	<b>OCDE</b>

**Tableau 2** : principaux résultats concernant les indices SESC et les scores des pays de l'OCDE

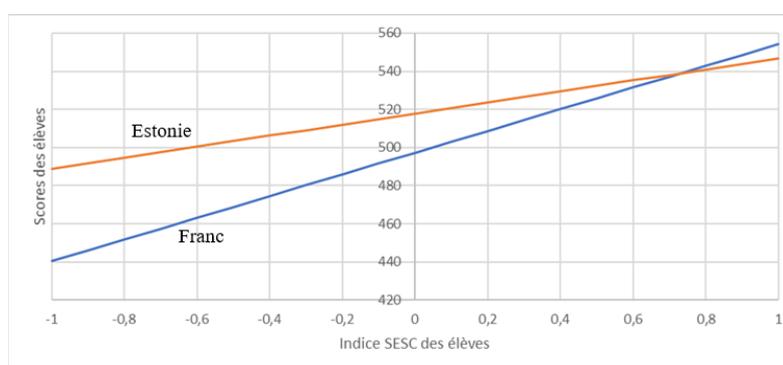
A : Différence de score pour l'augmentation d'une unité de l'indice SESC (pente de la droite)

B : Variation en pourcentage de la performance expliquée par l'indice SESC (coefficient de détermination). C : Score moyen D : Indice SESC moyen

On comprend maintenant pourquoi les commentateurs décrivent la France comme l'un des pays les plus inégalitaires de l'OCDE.

Revenons un instant sur l'impact, c'est-à-dire la pente de la droite. Peut-être conviendrait-il de rajouter que si la France occupe bien sûr une dernière place des plus visible et gênante, la pente moyenne pour les pays de l'OCDE est égale à 39 et la pente la plus faible pour les pays de l'OCDE sans la Turquie et le Mexique, est tout de même de 29 points (pour l'Estonie). La signification de ces nombres doit tout de même être rappelée : quand l'indice SESC des élèves augmente d'une unité (ce qui est énorme pour cet indice puisque c'est la valeur de son écart-type), le score augmente de 57 points en France, de 39 points en moyenne dans les pays de l'OCDE et de 29 points en Estonie. 28 points séparent la France de l'Estonie, ce qui correspond en moyenne à l'augmentation en France du score d'un élève après 6 mois d'étude<sup>42</sup>.

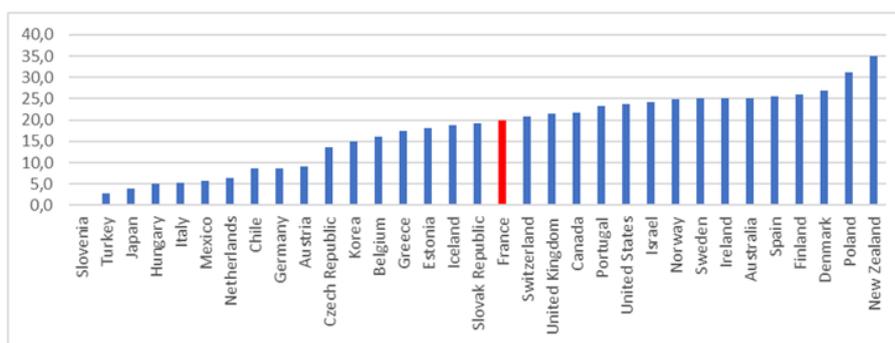
Comparons la France avec l'Estonie. Les informations concernant ces deux pays et qui sont nécessaires pour tracer les droites de régression sont données dans le tableau 2. Pour chaque pays la droite de régression passe par son point moyen (de coordonnées la moyenne des scores et la moyenne de l'indice SESC) et la pente est donnée en première ligne du tableau 3. Les deux droites de régression ont été tracées dans la figure 10. Les coefficients de détermination ne peuvent pas être représentés graphiquement ; tout au plus pouvons-nous imaginer un nuage de points entourant chacune des deux droites, nuage qui serait plus resserré autour de la droite de régression pour la France puisque son coefficient de détermination est plus élevé.



**Figure 10** : droites de régression du score en fonction de l'indice SESC pour la France et l'Estonie

<sup>42</sup> 49 points séparent en moyenne les élèves français séparés par une année d'étude (ou grade ou niveau), c'est-à-dire les élèves de 3<sup>ème</sup> (redoublant) et les élèves de seconde (à l'heure) en France.

L'une des difficultés majeures de l'analyse des données de cette enquête PISA 2012 réside dans la multiplicité des données produites et utilisables. Et nous allons en voir un exemple tout de suite. Tout serait simple si nous n'avions pas d'autres informations concernant les écarts de score pour une augmentation d'unité de l'indice SESC (je veux parler de la fameuse pente de la droite qui nous a préoccupée jusqu'à présent). Deux autres tableaux font cependant concurrence au tableau II.2.1 dont sont issues nos premières données ; il s'agit des tableaux IV.1.12c et IV.1.10c. Dans le premier, on trouve pour chaque pays de l'étude les écarts de scores en fonction de 48 facteurs, les scores ayant été régressés sur ces 48 variables (il faut comprendre ici que les calculs ont été menés pour chaque facteur en tenant compte des autres). Entre autres on y trouve les écarts de scores pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC. Le tableau IV.1.10c procède de la même façon, mais ne concerne qu'une sélection de 15 facteurs choisis parmi ceux du tableau IV.1.12c (et comme les scores ne sont pas régressés sur les mêmes variables, les résultats sont légèrement différents). Je vous propose une représentation graphique (figure 11 ci-dessous) des écarts de scores donnés dans ce tableau IV.1.12c. Vous remarquerez tout de suite que la place de la France n'est absolument pas la même que celle occupée dans le tableau II.2.1. Et l'Estonie, pourtant si différente de nous auparavant, a un résultat finalement assez proche du notre.

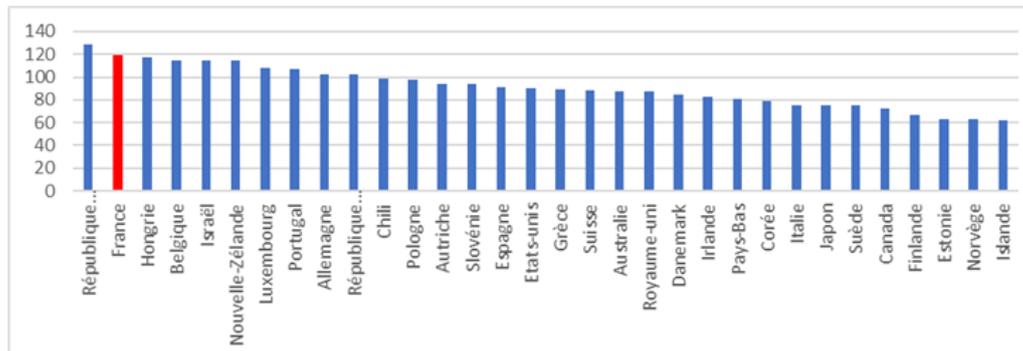


**Figure 11** : écarts de scores pour une unité de l'indice SESC (tableau IV.1.12c), la France en rouge

## 2. Au niveau des élèves dans chaque pays : écarts de scores des élèves classés par quartiles

Le coefficient de détermination et la pente de la droite de corrélation ne sont pas les seuls nombres qui permettent d'évaluer un lien entre deux indicateurs, et au-delà, une relation entre deux caractéristiques. Je vous propose d'en découvrir un autre dans ce qui suit.

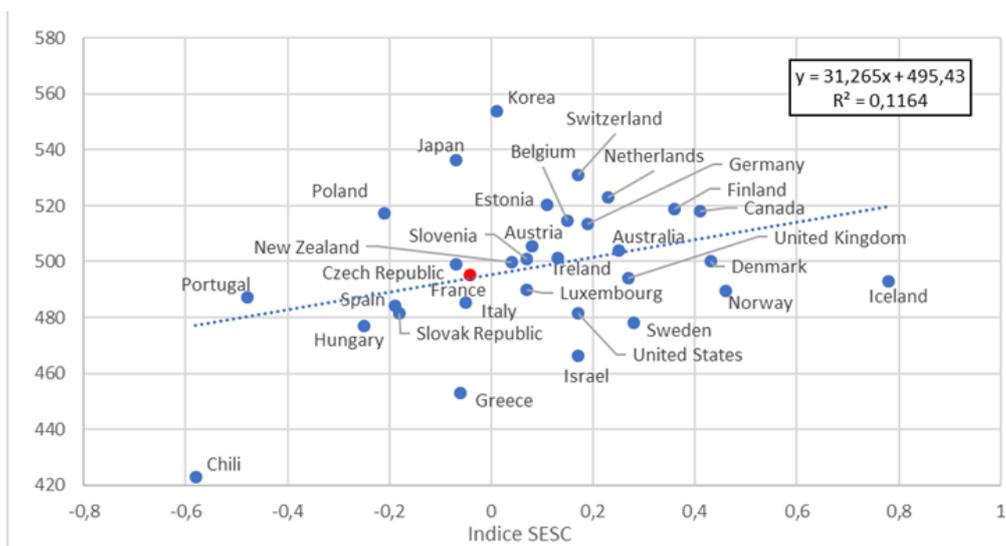
Nous avons déjà vu au chapitre précédent que l'on a pu, dans chaque pays, classer les élèves en fonction de leur indice SESC pour ensuite partager ces élèves en quatre groupes de même effectif. Nous obtenons alors, dans chaque pays, des quartiles en fonction de l'indice SESC des élèves. L'OCDE a calculé la moyenne des scores mathématiques pour chacun de ces quartiles dans chacun des pays (tableau II.2.4a représenté par la figure II.2.6). L'écart entre le score moyen du quartile supérieur et le score moyen du quartile inférieur serait donc une autre façon de mesurer l'influence du milieu socioéconomique sur les compétences des élèves ; en caricaturant, on calcule le nombre de points séparant les pauvres des riches. J'ai calculé ces différences que je vous représente dans la figure 12 ci-dessous. À nouveau, la place de la France n'est pas agréable.



**Figure 12** : écarts de scores entre le quartile supérieur et le quartile inférieur (sans la Turquie et le Mexique), la France en rouge

### 3. Au niveau des pays de l'OCDE : score et indice SESC

Passons au niveau de l'ensemble des pays de l'OCDE maintenant pour analyser l'influence du niveau socioéconomique des pays sur le niveau de compétences de leurs élèves en mathématiques. En d'autres termes, il s'agit de vérifier ici si oui ou non, plus un pays est riche et meilleures seraient les compétences et connaissances en mathématiques de ses élèves. Dans chaque pays, nous l'avons vu, on peut calculer la moyenne des scores des élèves et la moyenne des indices SESC de ces mêmes élèves. La recherche d'une corrélation entre deux indicateurs est un moyen efficace pour évaluer la relation qu'entretiennent les caractéristiques dont ils sont la mesure. De façon surprenante dans cette enquête PISA, aucune recherche de ce type ne semble avoir été menée pour ces deux indicateurs (scores et indices SESC) qui sont pourtant les deux indices phares de cette étude, alors que les recherches de corrélations entre des indicateurs au niveau de l'ensemble des pays pullulent dans les publications de l'OCDE ! Je n'ai trouvé que la représentation graphique des scores moyens nationaux en fonction du pourcentage d'élèves dont l'indice SESC est inférieur à -1 (figure I.2.4). J'y reviens plus loin. Les données m'ont permis de réparer ce manque et de tracer deux nuages de points. Pour le premier, j'ai considéré l'ensemble des pays de l'OCDE et vous avez déjà vu ce nuage de point, c'est la figure 2. Pour le second, le Mexique et la Turquie ont été écartés (figure 13). Attention, les points ne sont plus des élèves maintenant, mais des pays !

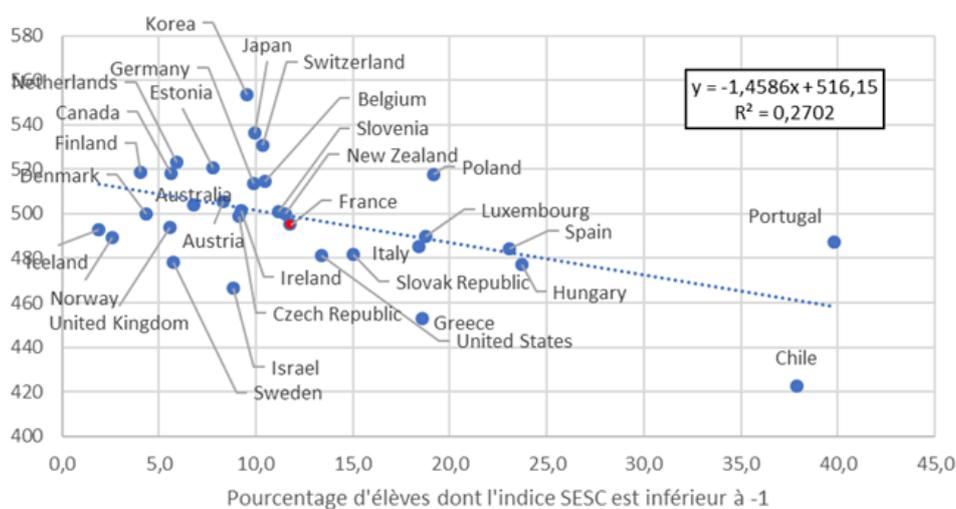


**Figure 13** : score et indice SESC des pays (sans la Turquie et le Mexique)

Pour le premier graphique, le coefficient de détermination est de 34,2 %<sup>43</sup>, ce qui revient à dire que 34,2 % de la variation des scores pourrait être expliquée par la variation de l'indice SESC selon ce modèle. Au niveau des pays, le score semble donc corrélé dans une certaine mesure à l'indice SESC. Mais quand la Turquie et le Mexique ne sont pas intégrés dans les calculs, la figure change vraiment d'allure et le coefficient de détermination n'est plus que de 11,6 %.

Quand tous les pays de l'OCDE sont considérés, la pente de la droite est égale à 41, ce qui s'interprète ainsi : l'augmentation d'une unité de l'indice SESC correspond à une augmentation du score de 41 points<sup>44</sup>. La pente n'est plus que de 31 dans le deuxième graphique. Voilà pour notre première analyse de nuages de points que l'on tente de modéliser par une droite ! Pour conclure véritablement, il faudrait interroger la signification statistique de ces nombres (coefficient de détermination et pente de la droite), encore une fois je ne l'ai pas fait.

Comme je vous l'ai dit avant de proposer les deux graphiques précédents, on trouve tout de même en tout début du volume I la représentation graphique des scores moyens des pays en fonction du pourcentage d'élèves dont l'indice SESC est inférieur à -1 (figure I.2.4). Cette figure publiée dans le volume I concerne tous les pays de l'étude, et le coefficient de détermination affiché est de 24%. Quand j'analyse les données des pays de l'OCDE uniquement, le coefficient de détermination calculé est égal à 46%. Mais il n'est déjà plus que de 27% quand le Mexique et la Turquie sont exclus de l'analyse (voir figure 14 ci-dessous).



**Figure 14 :** score et proportion d'élèves de milieu socioéconomique défavorisé (sans la Turquie et le Mexique)

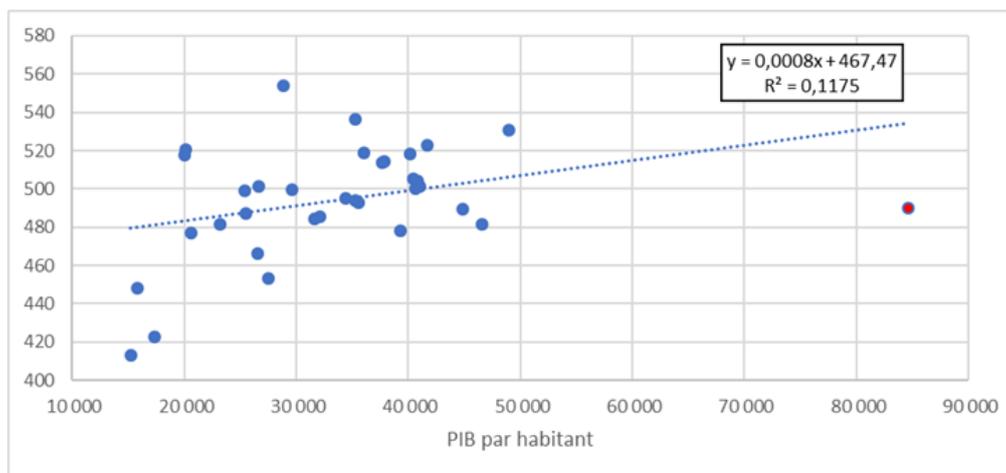
Répetons encore que cette analyse et les calculs qui en découlent concernent les pays comparés entre eux et les conclusions sont faites à l'échelle des pays (et non pas des élèves). Et bien sûr, que leur signification statistique n'a pas été évaluée en ce qui concerne mes calculs.

<sup>43</sup> Les coefficients de détermination sont donnés à 0,1 % par l'OCDE, c'est également la précision que j'utiliserai dans mes calculs.

<sup>44</sup> Les nombres de points sont toujours arrondis à l'unité dans les publications de l'OCDE.

#### 4. Au niveau des pays de l'OCDE : scores et PIB par habitant

Mais comme je vous en ai fait la remarque précédemment, l'indice SESC moyen d'un pays (et ses dérivés) n'est pas le seul indicateur permettant de mesurer son niveau socioéconomique. Et l'OCDE utilise également dans les études PISA le fameux PIB par habitant : c'est le Produit Intérieur Brut, c'est-à-dire l'ensemble des richesses produites sur un territoire national, divisé par le nombre des habitants. La première figure du volume I est un graphique qui représente les scores moyens en fonction des PIB par habitant pour l'ensemble des pays de l'étude (figure I.2.1). Le coefficient de détermination affiché est alors égal à 21%. Bien évidemment, le PIB est une donnée externe à l'étude PISA, contrairement à l'indice SESC. Quand je limite les données aux pays de l'OCDE, le coefficient de détermination passe à 12 % (figure 15 ci-dessous). Vous remarquerez un point (en rouge) particulièrement éloigné du reste du nuage : il s'agit du Luxembourg dont le PIB dépasse largement celui des autres pays. Ce point peut être considéré comme atypique ; quand on supprime le Luxembourg, le coefficient de détermination passe à 26 %. Quand on supprime encore le Mexique et la Turquie, il revient à 12 %. C'est l'occasion de poser ici deux questions qui pourraient revenir régulièrement dans ce genre d'étude : devant la multitude d'indices qui décrivent un même facteur (le niveau socioéconomique des élèves ici) lequel retenir ? L'indice SESC moyen ? Le pourcentage d'élèves dont l'indice SESC est inférieur à -1 ? Le PIB par habitant ? Et enfin, quels pays doit-on inclure dans l'analyse et que faire des points atypiques ?



**Figure 15** : score et PIB (Luxembourg en rouge)

On voit donc qu'il y a une certaine corrélation entre le score moyen des pays et leur PIB. Cette influence (qui n'est pas une surprise, rappelons-le) a été prise en compte par l'OCDE qui propose parfois d'utiliser à la place du score moyen, un score moyen ajusté au PIB : ce score moyen ajusté a été obtenu à partir du score brut, auquel on ajoute ou enlève un nombre qui dépend du PIB (voir annexe 2). Ces scores ajustés sont parfois utilisés à la place des scores bruts dans les rapports PISA, et vous pouvez les rencontrer dans certains tableaux publiés par l'OCDE. Le score ajusté pour la France est de 495 (le score brut est de 494).

On ne peut pas clore ces chapitres sans chercher à mesurer la corrélation entre le PIB et l'indice SESC au niveau des pays. Cela revient à interroger le lien éventuel entre deux indicateurs censés mesurer le même facteur. Quand on supprime le Luxembourg de la liste des pays de l'OCDE, le coefficient de détermination est égal à 53 %, sans doute l'un des plus

élevé que vous rencontrerez dans ce texte. Quand on exclue la Turquie et le Mexique, il tombe à 44 %<sup>45</sup>.

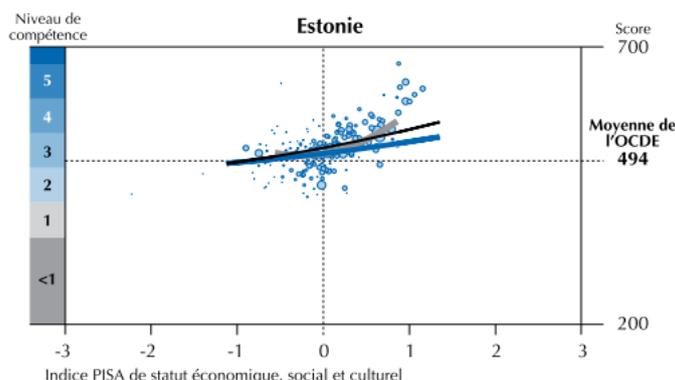
### 5. Au niveau des établissements dans chaque pays : score et indice SESC des établissements

Nous avons déjà vu que des calculs de moyennes au niveau des établissements étaient parfois effectués. Nous avons ici à notre disposition la moyenne des scores des élèves fréquentant le même établissement que l'on nommera score moyen de l'établissement ; la moyenne des indices SESC des élèves fréquentant le même établissement que l'on nommera indice SESC moyen de l'établissement.

Attention, il ne s'agit pas d'indicateurs représentatifs des établissements : les élèves ont 15 ans, ce sont donc des redoublants en classe de troisième dans les collèges, et des élèves à l'heure en seconde générale (les élèves de seconde professionnelle ont le plus souvent plus de 15 ans) dans les systèmes scolaires qui ont une architecture comparable à celle de la France. Leurs profils scolaires et socioculturels sont très différents et ne représentent pas l'ensemble des élèves de leur établissement, ce qui explique l'absence fréquentes des données françaises de ce type d'analyse comme nous l'avons déjà remarqué.

Pour chaque pays, des nuages de points ont été représentés par l'OCDE, chaque point représentant un établissement (la taille du point reflète l'effectif de l'établissement). On retrouve ces nuages de points dans le volume II, à partir de la page 118. En dessous de chaque nuage, un lien pointe vers le fichier Excel contenant les données permettant de reconstituer ces nuages. Ce nuage de point n'existe pas pour la France hélas. Vous remarquerez que ce sont des niveaux de compétence et non des scores qui sont placés en ordonnée, mais cela revient presque au même. On retrouve trois courbes sur chaque nuage de points, censées modéliser le nuage : une courbe bleue et épaisse qui modélise la relation intra-établissement entre score et indice SESC, une courbe grise et épaisse qui modélise la relation inter-établissement entre score et indice SESC, et une courbe noire et fine qui modélise la relation entre score des élèves et leur indice SESC.

Je vous donne dans la figure 16 ci-dessous le graphique publié pour l'Estonie (il s'agit d'une copie d'écran).



**Figure 16** : score des établissements en fonction de leur indice SESC en Estonie (copie d'écran)

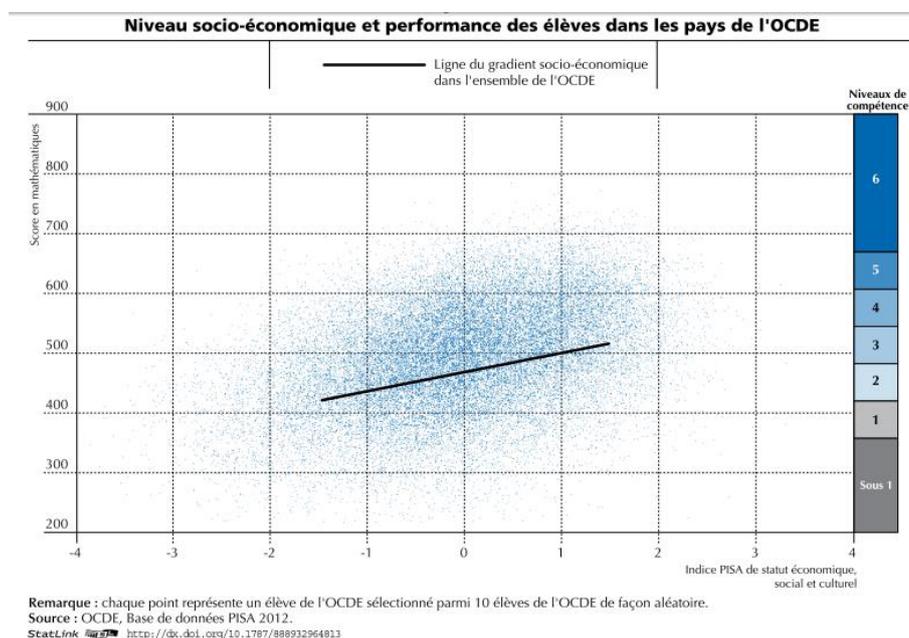
<sup>45</sup> Le coefficient de corrélation calculé en 2003 par l'OCDE pour tous les pays de l'enquête PISA était égal à 0,62 (0,69 sans le Luxembourg considéré comme atypique), ce qui donne comme coefficients de détermination respectivement 38 % et 48 % *Apprendre aujourd'hui, réussir demain. Premiers résultats de PISA 2003*, p.332.

Aucune information chiffrée n'est directement disponible sur ces graphiques qui sont, à ma connaissance, les seules représentations graphiques de scores en fonction de l'indice SESC pour chacun des pays ayant participé à l'enquête PISA 2012.

Par ailleurs, pour chaque pays, on trouve dans le volume II l'écart de score au niveau des établissements correspondant à l'augmentation d'une unité de l'indice SESC moyen des établissements ainsi que le pourcentage de la variation du score des établissements expliqué par l'indice SESC des élèves et des établissements (ces deux résultats sont présentés dans la figure II.5.1b)<sup>46</sup>. Ces deux nombres caractériseraient donc la courbe de régression grise et épaisse des figures précédentes : la pente pour le premier, le coefficient de détermination pour le second. La France a publié le premier nombre (la différence de scores est égale à 113<sup>47</sup>) mais pas le second.

## 6. Au niveau de l'ensemble de tous les élèves de l'OCDE : score et indice SESC des élèves

L'ensemble de tous les élèves de l'OCDE (en oubliant qu'ils habitent dans un pays et fréquentent un établissement) n'est jamais analysé. À une exception près (à ma connaissance), je veux parler de la figure représentant un nuage de points constitués des indices SESC et des scores de 10% des élèves de l'OCDE ayant participé à l'enquête PISA 2012 (figure II.2.1, voir figure 17 ci-dessous). C'est l'occasion de visualiser des scores d'élèves dans un document de l'OCDE et ce sera la seule. Nous avons déjà étudié cet ensemble de données en analysant les scores de ces élèves qui ont été tirés au sort.



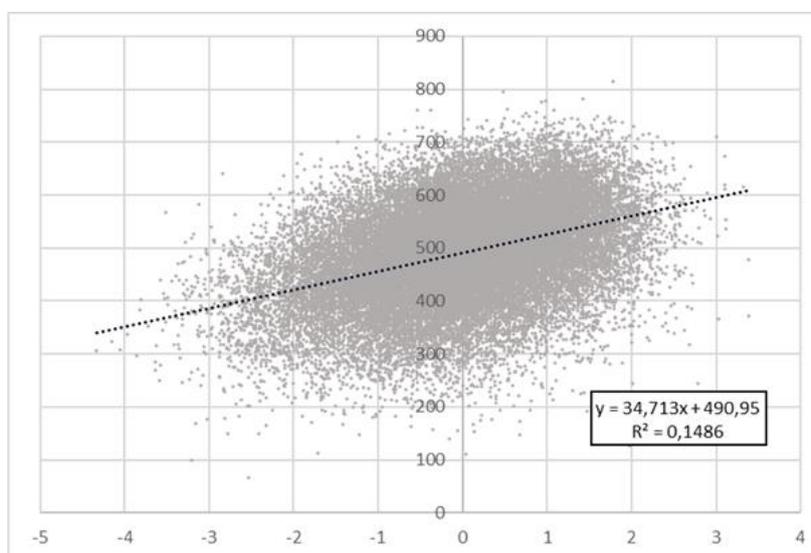
**Figure 17** : niveau socioéconomique et performance des élèves dans les pays de l'OCDE (copie d'écran)

On aperçoit sur le nuage une droite noire : c'est la fameuse droite de régression (appelée ici ligne du gradient socioéconomique dans l'ensemble de l'OCDE), c'est-à-dire la droite qui

<sup>46</sup> Vous aurez sans doute remarqué qu'il est question maintenant du score des établissements (et non des élèves) et qu'on évoque également l'indice SESC des élèves *et des établissements*.

<sup>47</sup> Cette valeur figure bien dans la figure II.5.1b, mais c'est la mention w que l'on retrouve dans le tableau II.2.9a dont sont issues les données de la figure.

représente de la meilleure façon ce nuage de point (je n'ai pas trouvé son équation ni son coefficient de détermination dans les publications de l'OCDE). Sous cette figure, on peut lire une explication assez claire sur le sens que l'on peut donner à la pente de cette droite et au coefficient de détermination, et je vous invite à la consulter. Toutes ces données concernant plus de 29 000 élèves de l'OCDE sont disponibles sur internet. J'ai ainsi pu calculer la moyenne des scores de ces élèves qui est égale à 488 comme nous l'avons déjà vu, ainsi que la moyenne des indices SESC qui est égale à -0,05<sup>48</sup>. J'ai également pu représenter graphiquement le nuage de points accompagné de sa droite de corrélation (voir figure 18 ci-dessous). Le coefficient de détermination que je calcule est égale à 14,9% et la pente de la droite est égale à 35. Si on devait exploiter ces informations, on pourrait dire que, pour les élèves de l'OCDE, 14,9 % de la variation des scores peut s'expliquer par la variation de l'indice SESC et que l'augmentation de l'indice SESC d'une unité implique une augmentation du score de 35 points<sup>49</sup>. Vous remarquerez sans doute que ma droite de régression semble se positionner légèrement au-dessus de celle présentée par l'OCDE (qui paraît à vue d'œil un peu basse sur le nuage de la figure II.2.1). Peut-être un problème à l'impression expliquerai cette glissade vers le bas dans la figure de l'OCDE ?



**Figure 18** : score et indice SESC de 10% des élèves ayant participé à l'enquête PISA 2012

### 7. Scores, indices SESC et immigration

On pourrait interroger le lien éventuel entre le statut des élèves vis-à-vis de l'immigration et leur niveau socioéconomique d'une part, puis leur score d'autre part. On dit souvent qu'en France les personnes immigrées ont en moyenne un niveau socioéconomique plus bas que les autochtones. La situation des élèves et des pays au regard de l'immigration est également une caractéristique qui a été analysée par l'OCDE.

#### Au niveau des élèves dans chaque pays

Le pourcentage de jeunes de 15 ans issus de l'immigration dans chaque pays est mentionné dans au moins trois sources à ma connaissance : le tableau A5.4, le tableau I.2.27 et le tableau II.3.4a. À chaque fois de très légères différences entre les nombres peuvent être

<sup>48</sup> Ce sont des valeurs proches des valeurs fournies par le tableau I.2.3a (où c'est la ligne total OCDE qu'il faut relever) et par le tableau II.2.4a ; rappelons que la moyenne des indices SESC nationaux est égale à 0 par construction.

<sup>49</sup> Attention : ici il s'agit bien ici des élèves de l'OCDE hors de leurs établissements et hors de leurs pays.

identifiées, différences dont je n'ai pas pu identifier l'origine. Aux données de ces tableaux on rajoutera celles du tableau IV.1.12c et ce sera l'occasion ici de prendre conscience qu'une multitude de données et de calculs rendent singulièrement complexe notre recherche de clarté.

En ce qui concerne la relation entre le statut d'un élève vis-à-vis de l'immigration et son niveau socioéconomique, je n'ai trouvé qu'une seule information dans le tableau II.3.4a qui donne, pour chaque pays, l'indice SESC moyen des élèves issus de l'immigration et l'indice SESC moyen des élèves autochtones. Cette différence est positive dans de très nombreux pays : seuls le Chili, la Hongrie et la Turquie affichent clairement une différence négative. Partout ailleurs, les élèves issus de l'immigration ont un indice SESC moyen inférieur à celui des autochtones.

En ce qui concerne la différence des performances mathématiques entre ces deux populations, les choses vont se compliquer un peu car nous avons trois nombres à notre disposition : la différence de scores entre élèves issus de l'immigration et les autres, la différence de scores entre élèves issus de l'immigration et les autres après contrôle de leur statut socioéconomique, la différence de scores entre élèves issus de l'immigration et les autres quand le score est régressé sur 48 facteurs. Les deux premiers résultats sont donnés dans le tableau II.3.4a, le troisième est mentionné dans le tableau IV.1.12c dont nous avons déjà parlé<sup>50</sup>. Une fois encore, il nous faudra interpréter des résultats proches mais différents. Je vous donne dans le tableau 3 ci-dessous les informations qui concernent la France et les moyennes des pays de l'OCDE :

	Données issues du tableau II.3.4a				Données issues du tableau IV.1.12c
	% immigrants	Différence entre indices SESC immigrant et non-immigrant	Écart de scores entre immigrant et non-immigrant	Écart de scores entre immigrant et non-immigrant après contrôle du statut socioéconomique	Écart de scores entre immigrant et non-immigrant, le score étant régressé sur 48 facteurs
France	14,8	0,57	67	37	14,4
Moyenne OCDE	11,2	0,35	34	21	7,7

**Tableau 3** : scores et indices SESC des élèves issus de l'immigration (France et OCDE)

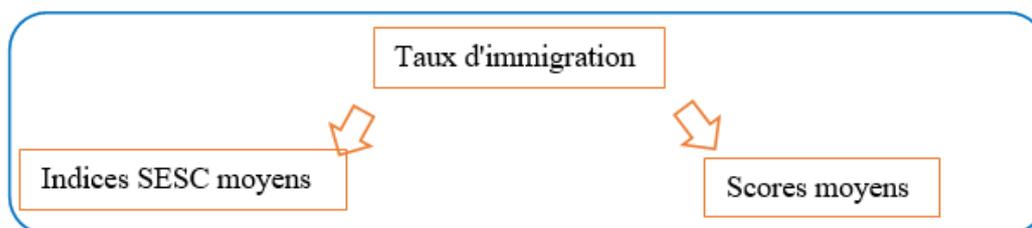
Sur l'ensemble des 34 pays de l'OCDE, nous avons les résultats des trois derniers calculs (correspondant aux trois dernières colonnes) pour 30 d'entre eux : il manque des données pour le Japon, la Corée, la Pologne qui n'ont pratiquement pas d'élèves issus de l'immigration, et pour le Luxembourg qui n'a communiqué aucunes données dans le tableau IV.1.12c. Pour 14 de ces pays, les trois résultats sont statistiquement significatifs et dans 12 cas sur 14 (la France en fait partie), les écarts sont positifs : les élèves autochtones ont des scores supérieurs à ceux des élèves issus de l'immigration ; pour l'Australie, les trois écarts sont négatifs ; pour les Etats-Unis, le premier écart est positif puis les suivants donnent des résultats négatifs. Le cas des Etats-Unis est remarquable, car la différence des indices SESC entre élèves autochtones et élèves issus de l'immigration est égale à 0,74 (c'est l'une des plus élevée parmi les pays de l'OCDE) : les élèves issus de l'immigration ont un niveau socioéconomique bien plus faible que celui des élèves autochtones, ce qui ne les empêche pas d'avoir de meilleurs résultats quand on tient compte du niveau socioéconomique.

<sup>50</sup> J'aurais pu également rajouter les résultats du tableau IV.1.10c, eux aussi légèrement différents où les écarts de scores sont analysés en fonction de 15 facteurs parmi les 48 du tableau IV.1.12c

### Au niveau des pays de l'OCDE

L'une des premières figures du volume I est le nuage de points décrivant le score moyen des pays en fonction de leur pourcentage d'élèves âgés de 15 ans issus de l'immigration (figure I.2.5). Bien que faible (4 %), le coefficient de détermination est mentionné à côté de la droite de régression dont l'équation est également donnée. Par contre je n'ai vu aucune information concernant une recherche de corrélation entre indice SESC et taux d'élèves issus de l'immigration.

À l'aide des données des tableaux précédents, j'ai étudié ces deux corrélations (voir encadré 7) en me limitant aux pays de l'OCDE bien sûr, puis en écartant le Mexique et la Turquie dans un second temps. Mes résultats sont rassemblés dans le tableau 4 ci-dessous.



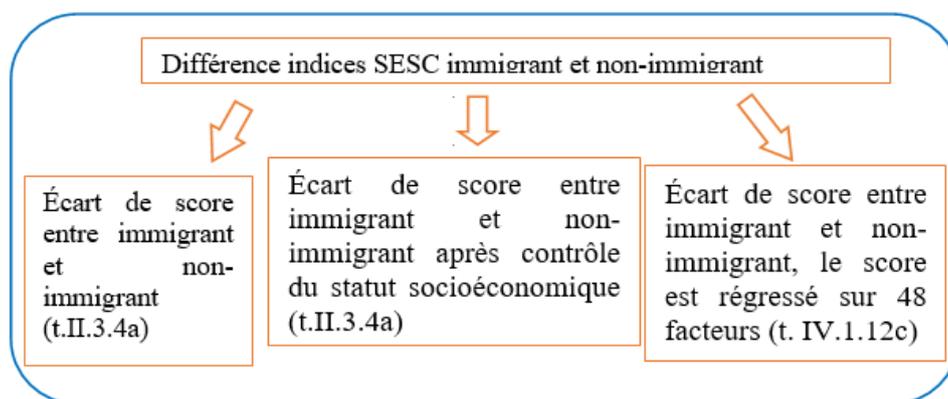
**Encadré 7 :** les corrélations qui mesurent l'influence de l'immigration sur les performances et le statut socioéconomique

	Indices SESC moyens	Scores moyens
OCDE	13,4 %	2,0 %
OCDE sans Turquie ni Mexique	0,6 %	0,0%

**Tableau 4 :** coefficients de détermination de l'indice SESC et du score moyen en relation avec le taux d'immigration

Finalement, peu de chose à dire si ce n'est qu'il n'y a sans doute aucune corrélation au niveau des pays, et donc pas de lien entre la présence d'une population immigrée et le niveau socioéconomique ou le niveau de compétences en mathématiques dans les pays de l'OCDE quand la Turquie et le Mexique sont écartés.

On peut sans doute émettre l'hypothèse que les situations des pays en regard de l'immigration sont très diverses, et que les populations accueillies ont des caractéristiques multiples qui ont sans doute bien plus d'importance que leur pourcentage. En particulier, la différence des indices SESC entre autochtones et élèves issus de l'immigration donne des résultats très contrastés selon les pays. Il m'a semblé intéressant d'analyser la relation éventuelle entre la différence des statuts socioéconomiques de ces deux populations et la différence des compétences mathématiques que l'on peut identifier entre elles. Pour cette dernière caractéristique, trois indicateurs peuvent être utilisés comme nous l'avons vu précédemment. J'ai donc analysé les trois corrélations schématisées ci-dessous (encadré 8), pour les pays de l'OCDE, pour les pays de l'OCDE sans la Turquie et le Mexique mais également pour les pays de l'OCDE sans la Turquie, le Mexique et les Etats-Unis (je vous explique pourquoi ci-dessous).



**Encadré 8 :** les corrélations qui mesurent l'influence de la différence de statut socioéconomique sur les écarts de scores entre immigrants et non immigrants

Les résultats sont présentés dans le tableau 5 ci-dessous.

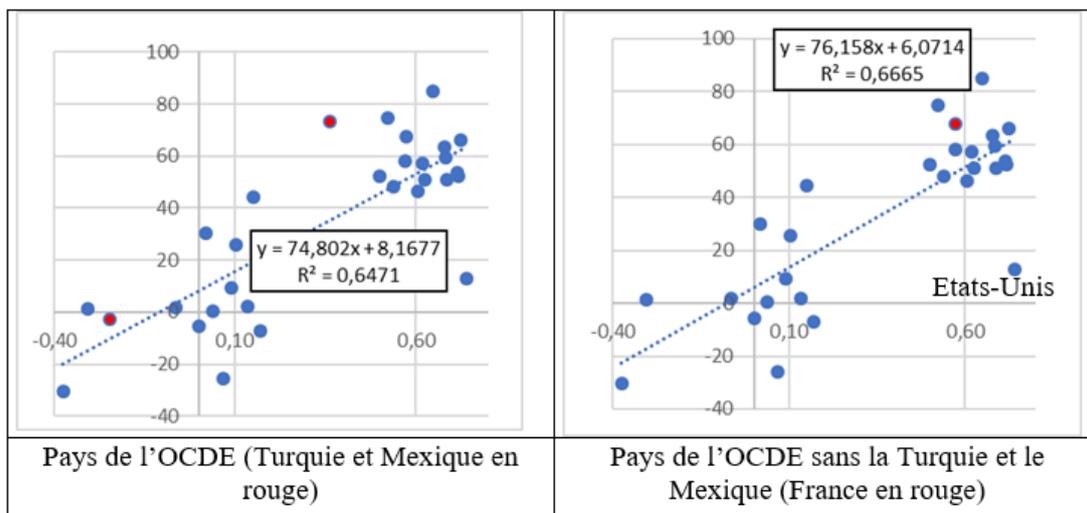
	Variation de l'écart de score expliquée par la différence des indices SESC (coefficient de détermination en %)			Différence de l'écart de score pour une augmentation d'une unité de la différence des indices SESC (pente de la droite)		
	OCDE	OCDE sans Mexique ni Turquie	OCDE sans Mexique ni Turquie ni Etats-Unis	OCDE	OCDE sans Mexique ni Turquie	OCDE sans Mexique ni Turquie ni Etats-Unis
Écart de score entre immigrant et non-immigrant (t.II.3.4a)	64,7	66,7	76,0	74,8	76,2	82,6
Écart de score entre immigrant et non-immigrant après contrôle du statut socioéconomique (t.II.3.4a)	32,3	35,7	50,1	39,1	40,2	46,8
Écart de score entre immigrant et non-immigrant, le score est régressé sur 47 autres facteurs (t. IV.1.12c)	26,8	27,2	42,4	15,3	16,1	19,3

**Tableau 5 :** corrélation entre écart de scores et différence des indices SESC entre immigrants et non immigrants

Nous voilà avec un bel exemple de ce que les statistiques peuvent produire et de la grande variabilité des résultats en fonction des indicateurs utilisés et des données écartées ou non. Dans un premier temps, si on analyse les résultats de la première ligne à la troisième ligne, on remarque que dans chaque colonne les nombres diminuent : plus on tient compte d'un nombre important de facteurs, et moins le facteur qui est sous la loupe du chercheur semble avoir de poids et d'impact. Nous vérifions ici un fait dont nous avions connaissance avant de commencer nos calculs : la complexité humaine ne pourra jamais être réduite à une interaction entre deux facteurs, et plus notre regard s'élargit, plus les facteurs que nous avons identifiés comme pertinents s'estompent au milieu des autres.

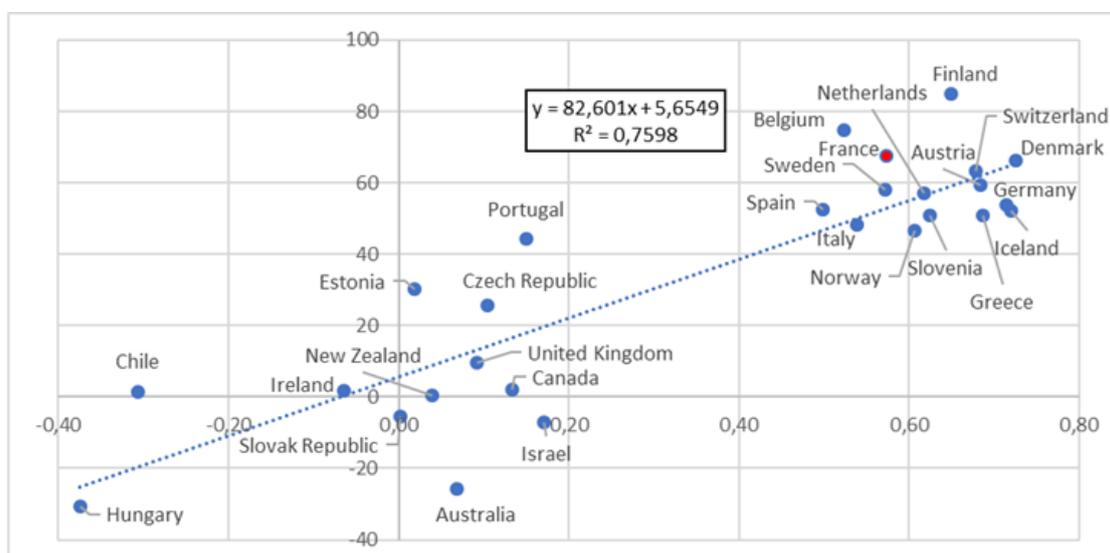
Maintenant, analysons les résultats de la gauche vers la droite. Les deux principales colonnes, coefficient de détermination et pente de la droite, ont été divisées en trois : les pays de l'OCDE d'abord, les pays de l'OCDE sans la Turquie et le Mexique ensuite, puis les pays de l'OCDE sans la Turquie, le Mexique et les Etats-Unis. Je vous propose dans la figure 19 ci-dessous les deux premières représentations graphiques correspondant à la première ligne

du tableau.



**Figure 19** : écart de scores et différence des indices SESC des immigrants et des non immigrants

On remarque la position particulière des Etats-Unis sur le graphique, qui pourrait se résumer ainsi : une immigration pauvre dont les écarts de scores avec les autochtones sont finalement modérés (c'est le point en bas à droite). Si ce point atypique est écarté, on obtient le graphique de la figure 20 ci-dessous.



**Figure 20** : écart de scores et différence des indices SESC des immigrants et des non immigrants dans l'OCDE sans la Turquie, le Mexique et les USA

On distingue bien deux groupes sur ce troisième graphique : un premier groupe dont la France fait partie, en haut à droite, avec une immigration pauvre qui a de moins bons résultats que les autochtones (y compris quand le statut socioéconomique est pris en compte) ; un second groupe, en bas à gauche, avec une immigration dont le statut socioéconomique se rapproche de celui des autochtones et dont les résultats ne sont pas trop différents de ces derniers. Les Etats-Unis semblent être ici un cas à part, c'est pourquoi j'ai aussi proposé les

résultats obtenus en excluant ce pays.

### **8. Mécanisme de l'influence du niveau socioéconomique sur les compétences**

Il paraît assez clair que le niveau socioéconomique d'un élève n'influence pas directement son niveau de compétences et de connaissances en mathématiques. Il manque ici une explication sur un enchaînement de processus qui transforment un statut économique et culturel en capacités cognitives individuelles. Ce statut socioéconomique est un élément parmi d'autres qui interagissent entre eux et influencent plus ou moins directement les capacités sociales et intellectuelles humaines.

Dans l'encadré II.2.1 p. 37, l'OCDE explique pourquoi *« le niveau socio-économique est en corrélation avec la performance à l'échelle des systèmes, des établissements et des élèves. Ces tendances reflètent en partie les avantages inhérents aux ressources qu'un niveau socio-économique relativement élevé permet de se procurer. Toutefois, elles reflètent aussi d'autres caractéristiques qui sont associées au niveau socio-économique, mais qui ne sont pas mesurées par l'indice SESC. Par exemple, à l'échelle du système, un niveau socio-économique favorisé est associé à une plus grande richesse et à de plus grandes dépenses dans le domaine de l'éducation. À l'échelle de l'établissement, un niveau socio-économique plus favorisé est associé à un éventail de caractéristiques sociales, qui peuvent être en lien avec la performance des élèves, par exemple un environnement sans danger, l'offre de ressources éducatives de qualité (bibliothèques, musées, etc.). À l'échelle de l'élève, le niveau socio-économique peut être associé aux attitudes des parents à l'égard de l'éducation en général et à leur implication dans l'éducation de leur enfant en particulier. »* Ces explications m'ont paru suffisamment importantes et claires pour les citer dans leur intégralité.



## CHAPITRE 5. ÉQUITÉ DES PERFORMANCES

Il ne fait plus aucun doute que le niveau socioéconomique des élèves, des établissements, des pays, influence les acquisitions et les compétences des élèves de 15 ans. Nous venons de le voir et ce n'est d'ailleurs pas l'objet des enquêtes PISA. La véritable question est plutôt celle-ci : qu'est-ce qui influence l'influence du niveau socioéconomique sur le score en mathématiques ? Mais tout d'abord, comment mesurer cette équité ?

### 1. Définitions des équités

Le niveau socioéconomique des élèves, de leur établissement, de leur pays influence leur savoir, et cette influence devrait être la plus faible possible, tout le monde en conviendra. Il n'est pas juste que des élèves issus de milieux favorisés accumulent plus de compétences mathématiques que les élèves issus de milieux défavorisés, car, a priori, les compétences intellectuelles des uns et des autres devraient être distribuées normalement (au sens statistique du terme, voir la fameuse courbe en cloche)<sup>51</sup>. Un système scolaire équitable serait un système scolaire qui permettrait à chacun d'exploiter pleinement son potentiel. On va devoir, pour comparer les pays à ce niveau, mesurer l'équité de chaque système scolaire, c'est-à-dire mesurer la capacité d'un système à distribuer équitablement les ressources financières, les ressources pédagogiques, pour in fine distribuer équitablement les compétences et connaissances mathématiques quel que soit le statut socioéconomique des élèves. Nous venons de définir les trois équités qui sont au cœur de l'enquête PISA 2012 : l'équité d'allocation des ressources, l'équité d'exposition et l'équité des performances. Cette dernière est un élément majeur de l'univers PISA depuis ses débuts en 2000, je la garde pour la fin.

Commençons par analyser l'équité d'allocation des ressources. Mesurer l'équité d'allocation des ressources dans chaque pays c'est mesurer l'influence du niveau socioéconomique des élèves sur les ressources qui leur sont destinées par l'intermédiaire de leur établissement. Une fois cette équité mesurée, il conviendra de rechercher les facteurs qui ont un impact sur elle. Ces questions sont analysées dans le volume IV. Je n'en parlerai pas ici car il me semble qu'elles ne concernent plus vraiment les pays comme la France.

Passons à l'équité d'exposition. Mesurer l'équité d'exposition aux mathématiques, ou équité d'accès aux mathématiques, ou équité de la familiarité avec les mathématiques, c'est mesurer l'influence du niveau socioéconomique des élèves sur le contenu des cours ou des exercices auxquels ils sont exposés. Et là aussi, une fois cette équité mesurée, on pourra dans un second temps déterminer les facteurs qui ont une influence sur elle. Ces questions ont été étudiées dans les volumes II mais aussi dans le rapport *Equations and Inequalities. Making mathematics accessible to all*. Elles concernent l'exposition des élèves à certains contenus que l'on appelle plus communément l'opportunité d'apprendre, ou encore la possibilité d'apprendre<sup>52</sup>. Elles font l'objet d'un chapitre dans le volume 2 de ce livre.

---

<sup>51</sup> Il s'agit là d'une affirmation qui infuse implicitement de nombreuses recherches dans le domaine de l'éducation.

<sup>52</sup> En anglais : opportunity to learn, souvent désigné par son acronyme OTL dans les publications de l'OCDE.

Mais revenons à la reine des équités, l'équité *tout court*. Car la finalité de tous les systèmes éducatifs du monde, le véritable objectif de nos ministres et de nos gouvernements, c'est bien encore et toujours l'équité des performances. Mesurer cette équité des performances c'est mesurer l'influence du niveau socioéconomique des élèves (des établissements, des pays) sur leurs connaissances et leurs compétences en mathématiques. Nous avons finalement déjà répondu à cette question au chapitre précédent. Maintenant, il va s'agir de déterminer les influences de plusieurs facteurs sur cette équité des performances. Ces questions sont au cœur des analyses du volume 2. Mais dans un premier temps, nous allons faire maintenant le point sur cette équité des performances, qui sera tout simplement dénommée équité dans la suite de ce chapitre.

## 2. Les indices d'équité des performances

### L'indice d'équité préféré de l'OCDE

Le chapitre précédent a été consacré aux compétences des élèves et à leur statut socioéconomique. Nous avons déjà cherché à analyser la relation que ces deux caractéristiques peuvent entretenir, et dans ce but nous avons évalué la corrélation entre les indicateurs mesurant ces caractéristiques. Et vous avez déjà compris que pour mesurer une corrélation entre deux indicateurs, deux calculs doivent être menés : le calcul du coefficient de détermination qui mesure l'intensité de leur corrélation d'une part ; le calcul de la pente de la droite de régression qui mesure l'impact de la variation de la variable indépendante sur la variation de la variable dépendante d'autre part. Pour mesurer cette équité des performances vis-à-vis du niveau socioéconomique des élèves, l'OCDE a choisi d'utiliser le coefficient de détermination, c'est-à-dire le pourcentage de la variation de la performance en mathématiques expliquée par l'indice SESC (l'OCDE parle aussi parfois du pourcentage expliqué de la variance de la performance). Ce coefficient de détermination va devenir à son tour un indicateur, l'indice d'équité. Plus ce coefficient est élevé, moins bonne est l'équité : il s'agit donc plutôt d'un indice d'*inéquité*<sup>53</sup>. Cela explique que les représentations graphiques qui l'utilisent présentent cet indice dans un ordre décroissant. En ce qui me concerne, dans mes figures j'ai conservé un ordre croissant plus habituel. En général, c'est l'indice SESC au niveau élève qui est exploité. Dans le volume IV, on évoque l'indice SESC des élèves mais aussi l'indice SESC des élèves *et des établissements* (table IV.1.1 par exemple) ; je reviens sur ces différents indices plus loin.

Nous connaissons donc déjà les indices d'équité de tous les pays, je vous les ai donnés dans le tableau 2.

Vous aurez remarqué que je n'ai pas évoqué la pente de la droite, l'autre résultat qui permet d'évaluer une corrélation entre deux indicateurs (et donc une relation entre deux facteurs). C'est en effet la grande oubliée des études PISA. Parlons tout de même un peu d'elle.

### L'impact, l'autre indice

La pente de la droite de régression, dans le cas qui nous intéresse, mesure l'évolution du score pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC et permet de rendre compte, comme je l'ai déjà dit, de l'impact (au niveau des élèves de chaque pays ou au niveau des

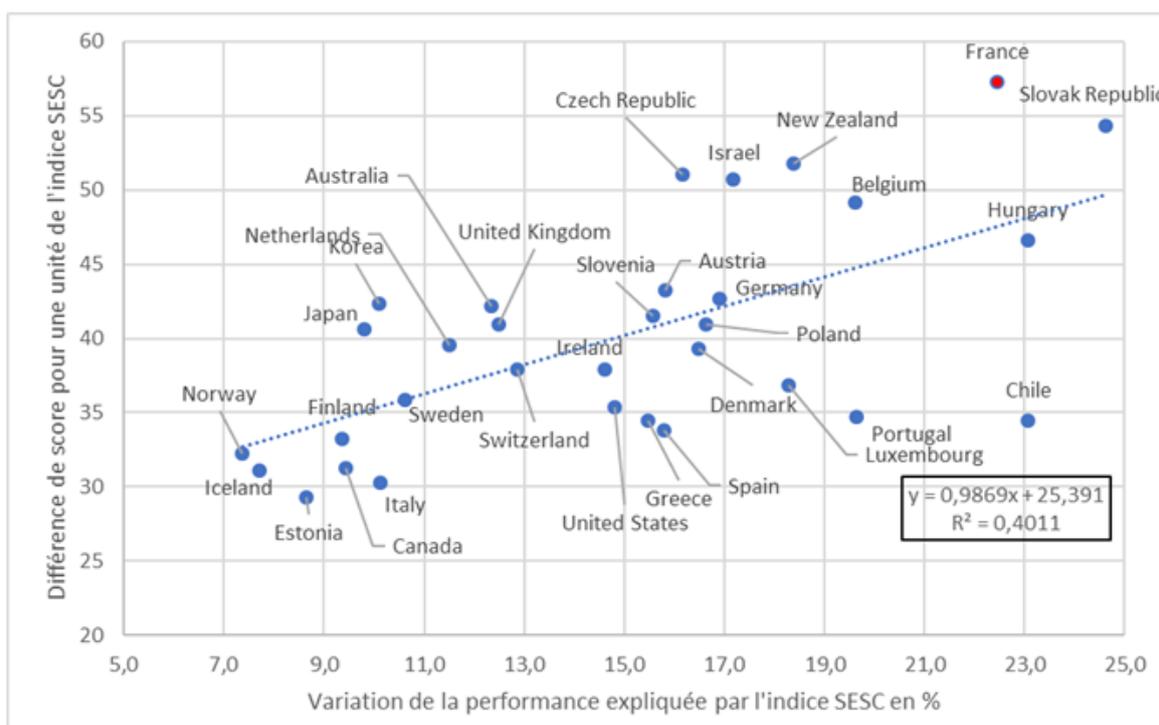
---

<sup>53</sup>C'est d'ailleurs ce terme qui a été utilisé dans certaines figures du volume II.

pays de l'OCDE quand c'est à ce niveau que les données sont analysées) de l'indice SESC sur le score. Les statisticiens, notamment en médecine, attachent beaucoup d'importance à cet indicateur. Si le coefficient de détermination mesure l'intensité de la relation entre deux facteurs, l'impact a aussi son mot à dire : une relation très étroite entre deux facteurs est de peu d'importance si son impact est très faible. Plus la valeur absolue de la pente est importante et plus l'impact est conséquent. Et bien évidemment, c'est le signe de cette pente qui devra être considéré avant toute chose ! Et finalement, la pente de la droite de régression aurait aussi mérité le titre d'indice d'équité. Cet indice d'équité-bis est parfois cité par l'OCDE qui l'utilise notamment dans ces recommandations pour classer les pays en plusieurs groupes. Mais il se fait vraiment voler la vedette par le fameux coefficient de détermination évoqué ci-dessus, abondamment utilisé dans les rapports PISA. La dernière place occupée par la France n'y est, encore une fois, pas plaisante !

### Corrélation entre les deux indices d'équité

J'ai voulu déterminer la corrélation éventuelle entre les deux indicateurs d'équité que j'ai évoqué ci-dessus, c'est-à-dire les coefficients de détermination et les pentes des droites de régression de chacun des pays. Avec ou sans la Turquie et le Mexique, le coefficient de détermination est de 40%<sup>55</sup> (voir figure 21 ci-dessous).

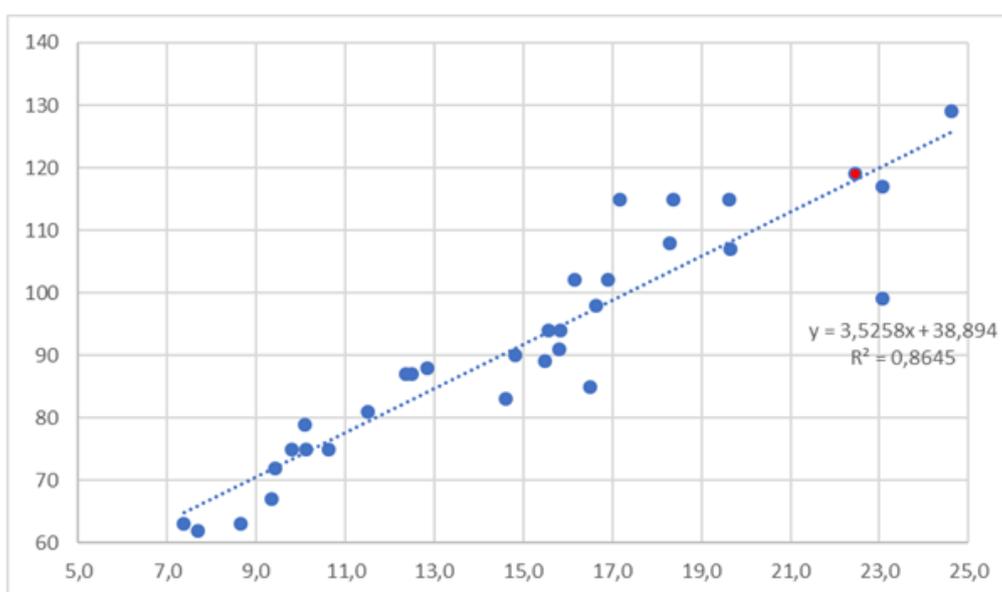


**Figure 21** : écart de scores pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC et équité (sans la Turquie et le Mexique)

<sup>55</sup> La pente de la droite n'a pas vraiment de sens lors des analyses de corrélation entre deux indicateurs.

### Un troisième candidat

Mais nous avons également remarqué au chapitre précédent que l'influence, au niveau des pays de l'OCDE, du statut socioéconomique sur les compétences des élèves, pouvait se mesurer autrement. Nous avons en effet calculé, dans chaque pays, la différence entre le score moyen des élèves du premier quartile socioéconomique et le score moyen des élèves du dernier quartile socioéconomique. Les nombres obtenus pourraient prétendre décrire l'influence du milieu socioéconomique sur les compétences mathématiques dans chaque pays. J'ai recherché la corrélation éventuelle entre cet indicateur et l'indice d'équité choisi par l'OCDE, c'est-à-dire le pourcentage de variation du score expliqué par l'indice SESC, pour tous les pays de l'OCDE et pour les pays de l'OCDE sans la Turquie et la Mexique. Dans les deux cas, la corrélation est exemplaire avec des coefficients de détermination respectivement égaux à 85,8 % et 86,5% (figure 22). Ce qui tendrait à montrer que ces deux indicateurs mesurent à peu près de la même façon l'équité des performances.



**Figure 22 :** écart des scores du premier et du dernier quartile et indice équité des performances (sans la Turquie et le Mexique), France en rouge

Dans ce chapitre, j'ai choisi d'analyser les liens éventuels entre l'équité des performances et d'autres facteurs en m'intéressant aux deux premiers indicateurs permettant de mesurer cette fameuse équité : l'indice d'équité 1 sera le coefficient de détermination, l'indice d'équité 2 sera la pente de la droite de régression (voir encadré 9 ci-dessous). Par contre, dans le volume 2, quand il sera question d'équité des performances je n'utiliserai plus que l'indice d'équité 1, clairement sélectionné par l'OCDE comme mesure vedette de l'équité des performances.

Indice d'équité 1	Indice d'équité 2
Pourcentage de variation du score expliquée par le profile socioéconomique des élèves (coefficient de détermination)	Évolution du score pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC (pente de la droite de régression)

**Encadré 9 :** les deux indices d'équité de la performance

Et à partir de maintenant, les choses vont se compliquer un peu. Les nombres que nous avons calculés et commentés au chapitre précédent (pente des droites et coefficients de détermination) deviennent donc à leur tour des indices. Un coefficient de détermination (ou une pente) devient donc à son tour une variable et on étudie son influence sur un second facteur qui sera représenté par un second indicateur (ou bien l'inverse). On obtient dans tous les cas un nouveau nuage de points sur lequel on trace une nouvelle droite de régression ; on évalue la nouvelle corrélation en calculant un nouveau coefficient de détermination et une nouvelle pente. Ces étapes successifs de calculs peuvent nous faire perdre le fil et les conclusions que l'on peut tirer de tout cela sont parfois confuses. Essayons d'y voir plus clair.

### 3. Équité et statut socioéconomique

Dans cette partie, nous chercherons à évaluer l'influence du statut socioéconomique des élèves sur l'équité des pays. Il s'agira donc de mesurer la corrélation éventuelle entre les indices d'équité de chaque pays qui seront considérés comme les variables dépendantes, et les indices SESC (les moyennes des indices SESC des élèves ayant pris part à l'enquête dans chaque pays, rappelons-le) qui sera considéré comme la variable indépendante. Ce lien n'a pas été documenté par l'OCDE à ma connaissance. Utilisons dans un premier temps comme mesure de l'équité l'indice habituellement employé par l'OCDE, c'est-à-dire le coefficient de détermination (l'indice d'équité 1). Les deux graphiques et résultats obtenus d'abord avec tous les pays de l'OCDE, puis en retirant la Turquie et le Mexique, sont clairement différents. Je vous présente les résultats dans le tableau 6 ci-dessous.

	Coefficient de détermination	Pente de la droite
OCDE	10,1%	-3,5
OCDE sans Turquie ni Mexique	36,7 %	-11,2

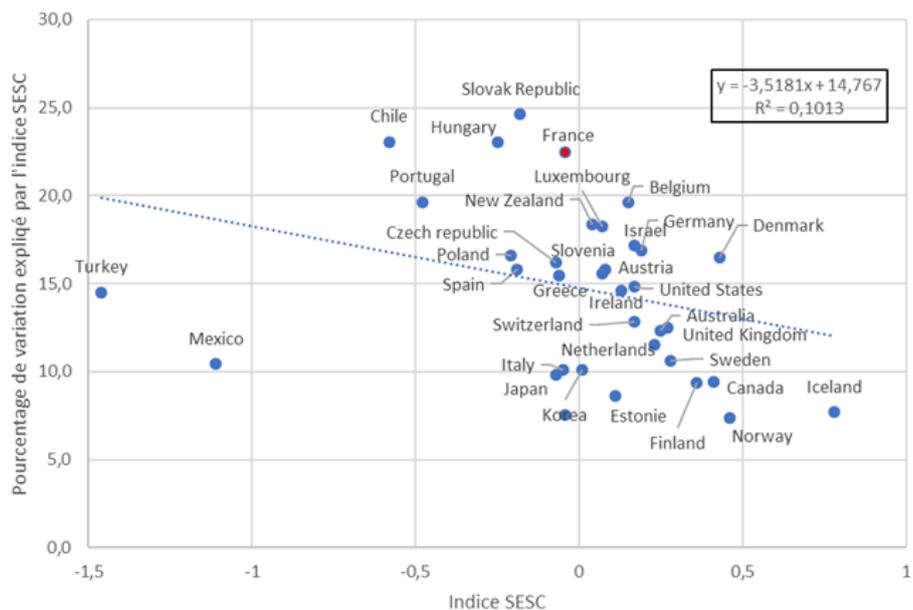
**Tableau 6** : corrélation entre le coefficient de détermination (indice d'équité 1) et l'indice SESC des pays

La seconde ligne pourrait se traduire ainsi : dans l'ensemble des pays de l'OCDE privés de la Turquie et du Mexique, 36,7 % de la variation de l'indice d'équité s'explique par les variations de l'indice SESC moyen et l'augmentation de 1 point de l'indice SESC entraîne une diminution de 11,2 % de l'indice d'équité (qui est en fait un indice d'inéquité). Vous trouverez les deux représentations graphiques correspondantes dans les figures 23 et 24.

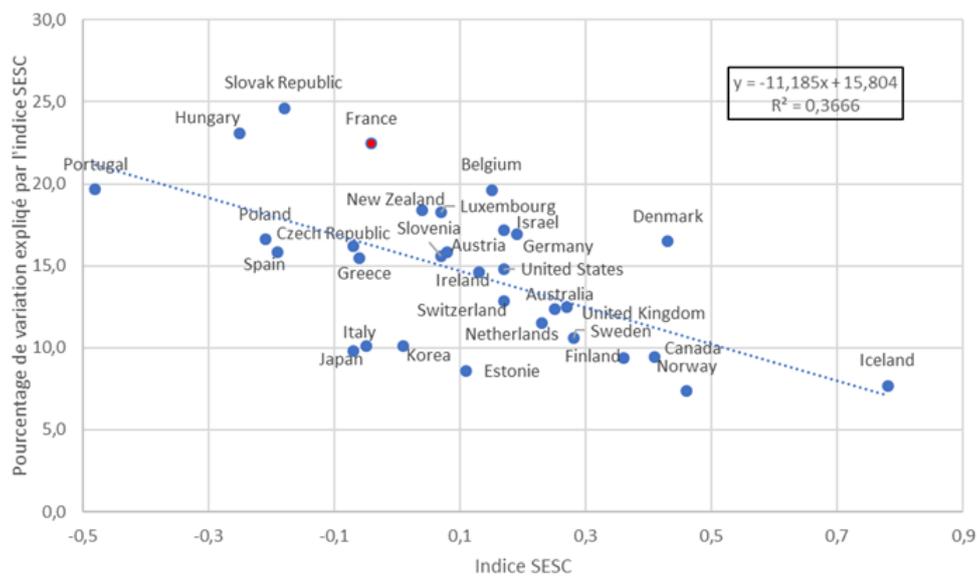
L'éviction de la Turquie et du Mexique change la donne et influe grandement sur les conclusions. Et dans ce cas de figure, on serait tenté d'affirmer qu'il y a bien une relation entre le niveau socioéconomique d'un pays et son équité.

Dans un second temps, utilisons comme indice d'équité l'écart de score obtenu pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC (la pente de la droite, l'indice d'équité 2). Nous pouvons alors évaluer, au niveau des pays toujours, la corrélation entre ces pentes et les indices SESC nationaux. Les coefficients de détermination calculés sont très faibles : 3,8 % quand on considère l'ensemble des pays de l'OCDE, et 5 % quand la Turquie et le Mexique sont écartés des analyses.

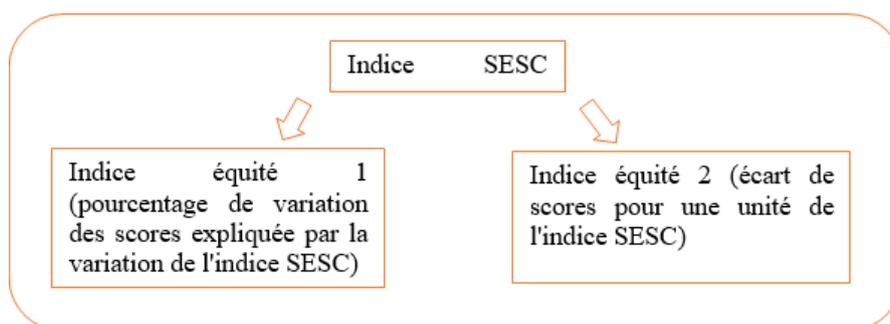
Au final, dans ce chapitre, nous avons étudié deux corrélations (encadré 10), et les résultats sont résumés dans le tableau 7 ci-dessous.



**Figure 23** : équité et indice SESC



**Figure 24** : équité et indice SESC (sans le Mexique et la Turquie)



**Encadré 10** : les corrélations qui mesurent l'influence du statut socioéconomique sur l'équité des performances

	Variation du score expliquée par l'indice SESC (le coefficient de détermination)		Écarts de score pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC (la pente de la droite)	
	Coeff détermination	Pente	Coeff détermination	Pente
OCDE	10,1 %	-3,1	3,8 %	3,8
OCDE sans Turquie et Mexique	36,7 %	-11,2	5 %	-6,1

**Tableau 7** : corrélations entre les deux indices décrivant l'équité et l'indice SESC des pays

Dans tous les cas, la question posée est la suivante : serait-il plus facile d'être équitable quand le niveau socioéconomique est élevé ?

#### 4. Compétences et équité

Cherchons maintenant à évaluer l'influence de l'équité des pays sur la compétence de leurs élèves en mathématiques. Cette fois, l'indice d'équité sera la variable indépendante, et le score la variable dépendante. L'une des figures de l'étude PISA 2012 la plus largement commentée dans la presse et par les observateurs est sans conteste la figure II.1.2, reproduite ci-dessous (figure 25). Chaque pays est représenté par un point dont les coordonnées sont l'indice d'équité (c'est-à-dire le pourcentage de variation du score en fonction de l'indice socioéconomique SESC que j'ai également dénommé indice d'équité 1) et le score moyen. Tous les pays de l'étude sont présents dans cette figure. Les pays de l'OCDE, comme dans toutes les figures et tableaux PISA, sont en noir, les autres en bleu. Vous remarquerez qu'aucune droite de régression n'a été tracée. Et pour cause : il apparaît rapidement à vue d'œil qu'il n'y a pas de corrélation entre ces deux facteurs<sup>56</sup>. Seuls deux axes ont été tracés, qui représentent pour les deux indices la moyenne de l'OCDE, puis les pays ont été classés en fonction du quadrant qu'ils occupent. Les points sont colorés quand ils s'écartent significativement des moyennes de l'OCDE. La France est sur la ligne de la moyenne des scores, et dans la partie gauche de la figure puisque son indice d'équité est très élevé.

Intéressons-nous maintenant de plus près aux pays de l'OCDE. Grâce aux données publiées par l'OCDE, j'ai pu analyser les corrélations entre les deux indices d'équité et les scores moyens (voir encadré 11 ci-dessous).

Les résultats sont rassemblés dans le tableau 8 ci-dessous.

<sup>56</sup> La droite de corrélation est horizontale et passe par le point moyen ; le coefficient de détermination est proche de zéro, il est facile de le vérifier à partir des données de l'OCDE.

Figure II.1.2

Performance des élèves et équité

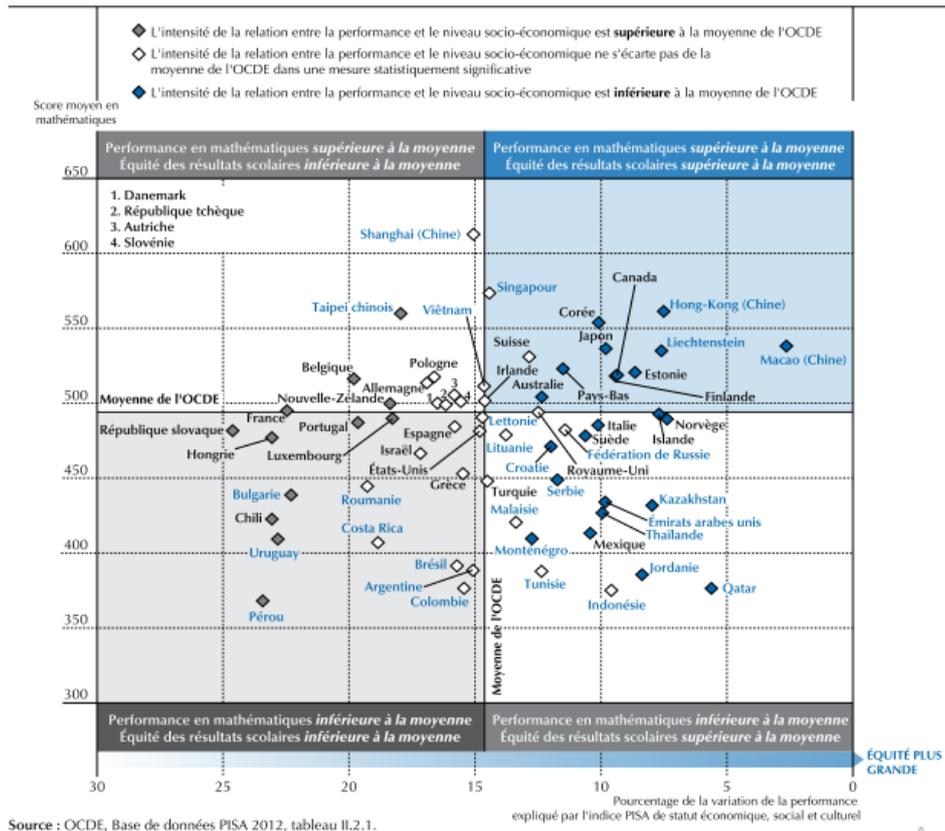
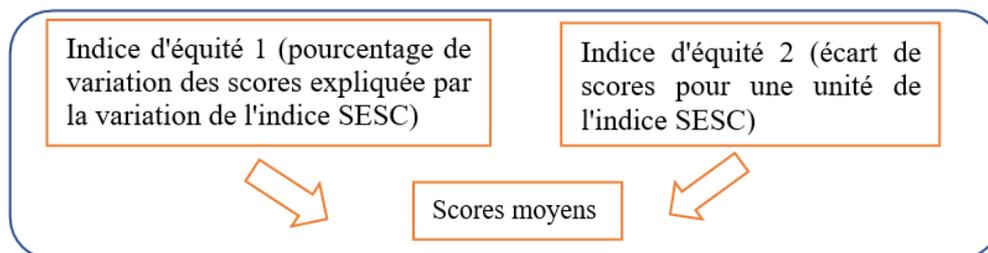


Figure 25 : performance des élèves et équité (copie d'écran)



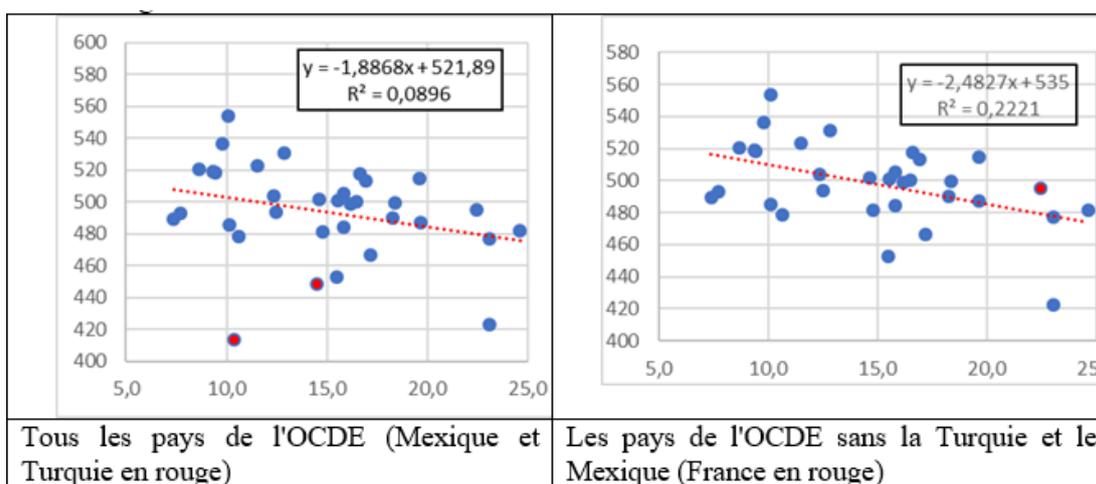
Encadré 11 : les corrélations qui mesurent l'influence de l'équité des performances sur les performances

Indices d'équité	Indice d'équité 1		Indice d'équité 2	
	Coefficient de détermination	Pente	Coefficient de détermination	Pente
OCDE	9 %	-1,89	9 %	1,08
OCDE sans Turquie et Mexique	22,2 %	-2,48	0,2 %	0,15

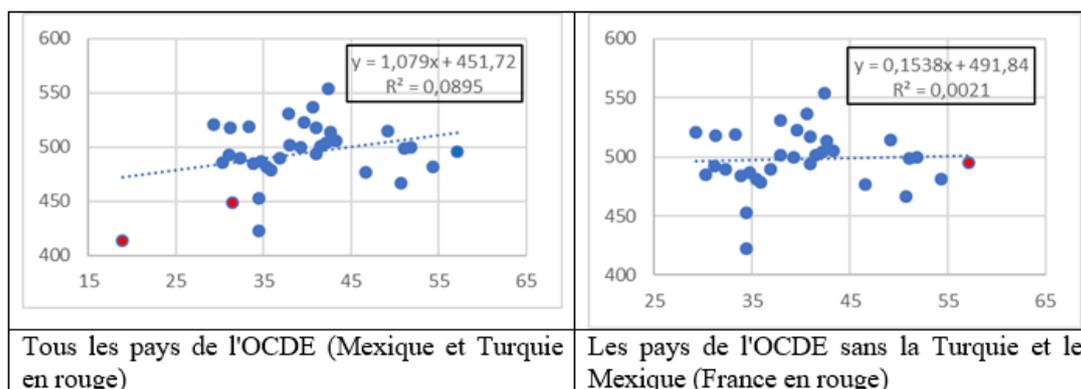
Tableau 8 : corrélations entre le score et les deux indices décrivant l'équité

Quand on utilise l'indice d'équité 1, c'est-à-dire la variation du score expliquée par l'indice SESC, le coefficient de détermination passe de 9 % quand on considère l'ensemble des pays de l'OCDE à 22,2 % quand la Turquie et le Mexique sont exclus de l'analyse. Dans le premier cas de figure, une augmentation de 10% de l'indice d'équité (d'inéquité en fait) entraîne selon ce modèle une diminution du score de 18 points. Cette diminution passe à 25 points dans le second cas de figure.

Quand c'est l'indice d'équité 2 qui est utilisé, c'est-à-dire la différence de scores moyenne quand l'indice SESC augmente d'une unité, on remarque tout de suite que les pentes des droites de régression vont dans le mauvais sens : plus la différence de score expliquée par l'indice SESC est grande, meilleure est la performance ! Mais les coefficients de détermination (9 % et 0,2%) sont très faibles. Les représentations graphiques sont données dans les figures 26 et 27 ci-dessous.



**Figure 26** : scores et indice d'équité 1 (variation du score expliquée par l'indice SESC)



**Figure 27** : score et indice d'équité 2 (écart de scores pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC)

En résumé, quand on cherche s'il y a une corrélation entre le score moyen des pays et les deux indices permettant d'évaluer l'équité de ces derniers, on trouve des résultats pour le moins difficiles à interpréter.

Si on considère les pays de l'OCDE dans leur totalité, les résultats sont bien faibles et

conclure paraît hasardeux. Si on considère les pays de l'OCDE sans le Mexique et la Turquie (la deuxième ligne), en fonction de l'indice choisi on aboutit à des résultats contrastés : il semble y avoir une corrélation si on se limite à la variation du score en fonction de l'indice d'équité 1 (la variation en pourcentage du score expliquée par l'indice SESC), mais aucune si on considère la variation du score en fonction de la différence de score pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC (l'indice d'équité 2). Encore une fois, le choix des données considérées (qui exclue-t-on de l'analyse) et le choix des indices est déterminant.

## POSTFACE

Nous avons fait un premier pas dans l'exploitation des données de l'enquête PISA en mettant l'accent sur le calcul d'un indicateur phare : l'indice d'équité. Il est temps maintenant d'analyser les influences de facteurs susceptibles de moduler cette équité dans le volume 2 de ce livre. De nouveaux facteurs comme les stratifications scolaires, le climat scolaire mais aussi l'exposition à des contenus mathématiques y sont étudiés et leurs interactions avec le score en mathématiques, le statut économique et socioculturel des élèves et l'équité des résultats sont à leur tour analysés.

Après avoir commenté les données concernant l'exposition des élèves à plusieurs types de contenus mathématiques (mathématiques appliquées, mathématiques formelles, algèbre, géométrie, etc.), une nouvelle équité, l'équité de la familiarité est alors définie.

Enfin, les données sur les élèves peu performants, le travail en dehors du temps scolaire et l'existence d'un système privé sont passés en revue.

## **ABRÉVIATIONS UTILISÉES**

DEPP : Direction de l'Évaluation de la Prospective et de la Performance

OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Économiques

PIB : Produit Intérieur Brut

PISA : Programme international pour le suivi des acquis des élèves (Programme for International Student Assessment)

SESC : Statut Économique Social et Culturel

## RÉFÉRENCES

- CNESCO (novembre 2016), Comparaison des évaluations PISA et TIMSS. Acquis des élèves : comprendre les évaluations internationales, volumes I et II Collectif (6 mai 2014), The Guardian, Londres
- DEPP (septembre 2013), Repères et références statistiques 2013
- DEPP (décembre 2013), Note d'information
- DEPP (novembre 2014), Note d'information n°36
- FELOUZIS, Georges et Samuel Charmillot (2012), Les enquêtes PISA, collection Que sais-je ? PUF, Paris.
- GAUTHIER, Benoit (dir), (1984), Recherche sociale. De la problématique à la collecte de données, Presse Université du Québec
- MEURET, Denis – FCPE (mars 2017), Les notes du conseil scientifique, n°2
- OCDE (sd), France : PISA 2012, faits marquants. <https://www.oecd.org/france/PISA-2012-results-france.pdf>
- OCDE (sd), Tous égaux face aux équations ? Rendre les mathématiques accessibles à tous. Note France
- OCDE (sd), Les élèves en difficulté : Pourquoi décrochent-ils et comment les aider à réussir ? Note France. <https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-Les-eleves-en-difficulte-France-FRA.pdf>
- OCDE (2005), Apprendre aujourd'hui, réussir demain : Premiers résultats de PISA 2003, PISA, Éditions OCDE, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264007260-fr>
- OCDE (2009), PISA Data Analysis Manual : SPSS, Second Edition, PISA, Éditions OCDE, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264056275-en>.
- OCDE (2014), PISA 2012. Technical Report. <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA-2012-technical-report-final.pdf>
- OCDE (2014), Résultats du PISA 2012 : Les clés de la réussite des établissements d'enseignement : Ressources, politiques et pratiques (Volume IV), PISA, Éditions OCDE, Paris. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264205369-fr>
- OCDE (2014), Résultats du PISA 2012 : L'équité au service de l'excellence (Volume II) : Offrir à chaque élève la possibilité de réussir, PISA, Éditions OCDE, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264205321-fr>
- OCDE (2014), Résultats du PISA 2012 : Savoirs et savoir-faire des élèves : Performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences (Volume I), PISA, Éditions OCDE. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208827-fr>
- OCDE (2016), Equations and Inequalities : Making Mathematics Accessible to All, PISA, OECD Publishing, Paris, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264258495-en>.
- OCDE (2016), Tous égaux face aux équations ? : Rendre les mathématiques accessibles à tous - Principaux résultats, PISA, Éditions OCDE, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264259294-fr>.
- OCDE (2016), Tous égaux face aux équations ? Rendre les mathématiques accessibles à tous, PISA, Éditions OCDE, Paris, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264259294-fr>
- OCDE (2016), Les élèves en difficulté. Pourquoi décrochent-ils et comment les aider à réussir ? Principaux résultats. <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-Les-eleves-en-difficulte.pdf>
- OCDE (2016), Low-Performing Students : Why They Fall Behind and How to Help Them Succeed, PISA, OECD Publishing, Paris, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264250246-en>.



## ANNEXES

### *Annexe 1. Les publications de l'OCDE utilisées dans ce livre*

*Savoirs et savoir-faire des élèves : Performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences (volume I).* Les performances (scores) des élèves sont analysées en fonction de plusieurs facteurs (notamment économiques et sociaux) ; l'opportunité d'apprendre, c'est-à-dire l'exposition des élèves à certains thèmes mathématiques ou types d'exercice, est également étudiée. On trouve aussi dans ce volume des exemples d'exercices et leur analyse en termes de difficulté notamment.

*L'équité au service de l'excellence : Offrir à chaque élève la possibilité de réussir (volume II).* Les données de base (caractéristiques des élèves faisant parti de l'enquête, liste des indices utilisés) sont reprises ; l'équité des performances est définie et analysée en regard de plusieurs facteurs. C'est dans ce volume que l'on retrouve les préconisations politiques faites en direction des États.

*Les clés de la réussite des établissements d'enseignement : Ressources, politiques et pratiques (volume IV).* L'équité des performances est mise en relation avec les stratifications horizontales et verticales (redoublement, regroupement d'élèves dans des filières différentes, ...) et autres facteurs liés aux établissements scolaires. Un chapitre est consacré au climat scolaire.

*Equations and inequalities. Making mathematics accessible to all.* Titre français : *Tous égaux face aux équations ? Rendre les mathématiques accessibles à tous.* La familiarité avec les mathématiques est analysée en fonction de plusieurs facteurs, notamment socioéconomiques. Une équité de la familiarité est également proposée et étudiée.

*Low performing students. Why they fall behind and how to help them succeed.* Titre français : *Les élèves en difficulté. Pourquoi décrochent-ils et comment les aider à réussir ?* Les élèves ayant des faibles scores sont étudiés en détail.

#### **Références des figures, tableaux et encadrés publiés dans les volumes I à VI**

La numérotation des 6 premiers volumes a donné lieu à une numérotation des figures, tableaux et encadrés qui permet de retrouver chacun d'eux facilement. Ainsi le tableau II.3.5 se trouve dans le volume II, chapitre 3, et c'est le cinquième tableau de ce chapitre. Il en va de même pour les figures et les encadrés. Encadrés, figures et tableaux sont répertoriés au début de chaque volume.

## Annexe 2. Éléments de statistiques

### 1. Centrer et réduire des variables

Des transformations peuvent être appliquées à une série de données de manière à ce que la moyenne et l'écart-type de la nouvelle série de données ainsi obtenues soient égaux à des valeurs fixées à l'avance.

Soit une série de données  $x$  de moyenne  $m$  et d'écart-type  $s$ , la série de données définie par la transformation suivante :

$$y = m_A + \frac{(x - m) \times s_A}{s}$$

aura comme moyenne  $m_A$  et comme écart-type  $s_A$ .

#### Deux cas particuliers

1. Pour obtenir des données de moyenne 0 et d'écart-type 1, il faut donc appliquer la formule suivante :

$$y = \frac{x - m}{s}$$

2. Pour obtenir des données de moyenne 500 et d'écart-type 100, il faut donc appliquer la formule suivante :

$$y = 500 + \frac{(x - m) \times 100}{s}$$

### 2. Score ajusté au PIB

$$\text{Score ajusté} = \text{Score} + 26,566 - 0,0007876 \times \text{PIB} - 1,3287 \times 10^{-20} \times \text{PIB}^2$$

**Remarque** : cette formule n'est pas publiée dans les documents PISA, il s'agit d'une proposition que j'ai pu établir à partir des données du tableau I.2.27.

### 3. Corrélation entre deux variables quantitatives

Soit  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  l'ensemble des  $n$  valeurs d'un échantillon. On note  $m_x = \frac{\sum x_i}{n}$  la **moyenne** de cet échantillon et  $\mu$  la moyenne de la population dont est issue cet échantillon (connue ou non) :  $m_x$  est donc une estimation de  $\mu$  (on parle aussi d'estimateur). Par définition, la **variance** de l'échantillon est le nombre  $\frac{\sum (x_i - m_x)^2}{n}$ . C'est une mesure de la dispersion des données autour de la moyenne (plus les données sont dispersées autour de la moyenne, plus la variance est grande). On utilise souvent la formule  $\frac{\sum (x_i - m_x)^2}{n-1}$  pour calculer une estimation de la variance pour la population totale (il existe une raison pour remplacer  $n$  par  $n - 1$ , mais un peu longue et compliquée). La racine carrée de la variance est l'**écart-type** (*standard deviation* ou SD), noté  $s$ . On a donc  $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - m_x)^2}{n-1}}$ . Elle aussi donne une

indication de la dispersion des données autour de la moyenne, mais cette fois dans la même unité que les données. On peut aussi remarquer que la variance est égale à  $s^2$ .

L'écart-type de la population est noté  $\sigma$  (c'est donc la racine carrée de la variance de la population).

On cherche à déterminer l'influence que peut avoir un facteur indépendant (mesuré par une variable quantitative  $x$ ) sur un autre facteur présenté comme dépendant (une variable quantitative également,  $y$ ). On obtient dans un premier temps un nuage de point :  $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$  que l'on peut représenter graphiquement. Si le nuage s'y prête, on cherche alors à le représenter par une droite dite de régression qui s'ajuste au plus près des résultats expérimentaux. C'est le cas le plus simple : on peut également rechercher à représenter le nuage de point par une courbe.

Deux questions se posent :

1. Quelle est la qualité de cette régression (peut-on raisonnablement représenter le nuage de point par cette droite, et si oui, dans quelle mesure) ?
2. Quelle est l'équation de cette droite, et notamment sa pente, cette dernière permettant de quantifier l'impact (de combien varie la variable dépendante quand la variable indépendante augmente d'une unité) ?

On aura besoin de la **covariance de  $x$  et  $y$**  :  $cov_{xy} = \frac{\sum(x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n}$ . Pour des raisons similaires à celles évoquées pour la variance, on utilise souvent  $cov_{xy} = \frac{\sum(x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n-1}$

Qualité de la régression : le coefficient de régression et le coefficient de détermination

Le **coefficient de régression** est égal à

$$r = \frac{cov_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\frac{\sum(x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n-1}}{\sqrt{\frac{\sum(x_i - m_x)^2}{n-1}} \times \sqrt{\frac{\sum(y_i - m_y)^2}{n-1}}} = \frac{\sum(x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum(x_i - m_x)^2} \times \sqrt{\sum(y_i - m_y)^2}}, \text{ il varie entre } 1 \text{ et } -1. \text{ Quand}$$

$r = 1$ , alors le nuage de point est représenté par une fonction affine croissante, quand  $r = -1$ , la fonction affine est décroissante ; quand  $r = 0$ , il n'y a pas de corrélation (pas de relation entre  $x$  et  $y$ ).  $r$  est une valeur approchée de  $\rho$ , coefficient de régression de la population dont est issue l'échantillon. Des tests statistiques sont menés pour tenir compte des fluctuations d'échantillonnages.

Mais c'est plus souvent le **coefficient de détermination**, c'est-à-dire le carré du coefficient de régression, noté  $R^2$  qui est utilisé dans les analyses de résultats. Il représente en effet la part de la dispersion totale de  $y$  que l'on peut expliquer par la régression en fonction de  $x$ . On conclura ainsi que la variation d'une variable dépendante est expliquée à  $R^2 \times 100 \%$  par les variations de la variable indépendante mesurée.

Équation de la droite de régression

L'équation de la droite de régression est  $y = ax + b$ , avec  $a = \frac{cov_{xy}}{s_x^2} = \frac{\sum(x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum(x_i - m_x)^2}}$  et

$b = m_y - a \times m_x$  car le point de coordonnées  $(m_x, m_y)$  appartient à la droite.

On peut remarquer que  $r = a \times \frac{s_x}{s_y}$

### *Annexe 3. Utiliser Excel 2016*

Pour la réalisation des graphiques, des tableaux et des calculs, j'ai utilisé Excel 2016 de Microsoft Office (pour PC).

Les résultats des corrélations ont été obtenus à partir de nuages de points et affichés sur les graphiques grâce à la série d'actions suivantes :

- Sélectionner le graphique (cliquer dessus).
- Cliquer sur la croix verte en haut à droite qui permet de rajouter des éléments au graphique.
- Cocher **Courbe de tendance**.
- Cliquer sur la petite flèche noire à droite de **Courbe de tendance** pour dérouler un menu contextuel.
- Dans ce menu cliquer sur **Autres options** : la fenêtre **Format de courbes de tendance** s'ouvre sur la droite.
- Cliquez sur **Options de courbes de tendance** si cette vue n'est pas activée. Tout en bas, cocher alors **Afficher l'équation sur le graphique** et **Afficher le coefficient de détermination (R<sup>2</sup>) sur le graphique**. C'est terminé !

#### *Annexe 4. Liste des tableaux*

Tableau 1 : caractéristiques des élèves de 15 ans en Hongrie, aux États-Unis et en France (en pourcentages)

Tableau 2 : principaux résultats concernant les indices SESC et les scores des pays de l'OCDE

Tableau 3 : scores et indices SESC des élèves issus de l'immigration (France et OCDE)

Tableau 4 : coefficients de détermination de l'indice SESC et du score moyen en relation avec le taux d'immigration

Tableau 5 : corrélation entre écart de scores et écart des indices SESC entre immigrants et non immigrants

Tableau 6 : corrélation entre le coefficient de détermination (indice d'équité 1) et l'indice SESC des pays

Tableau 7 : corrélations entre les deux indices décrivant l'équité et l'indice SESC des pays

Tableau 8 : corrélations entre le score et les deux indices décrivant l'équité

Tableau 9 : progrès du Mexique entre 2003 et 2012

Tableau 10 : scores bruts et ajustés du Mexique et de la Turquie

#### *Annexe 5. Liste des encadrés*

Encadré 1 : les 34 pays de l'OCDE classés par ordre alphabétique de leur nom anglais

Encadré 2 : les publications de l'OCDE utilisées dans ce livre

Encadré 3 : des facteurs et leurs indicateurs

Encadré 4 : propriétés des courbes normales

Encadré 5 : données centrées et réduites

Encadré 6 : les élèves de 15 ans dans l'enseignement secondaire en France

Encadré 7 : les corrélations qui mesurent l'influence de l'immigration sur les performances et le statut socioéconomique

Encadré 8 : les corrélations qui mesurent l'influence de la différence de statut socioéconomique sur les écarts de scores entre immigrants et non immigrants

Encadré 9 : les deux indices d'équité de la performance

Encadré 10 : les corrélations qui mesurent l'influence du statut socioéconomique sur l'équité des performances

Encadré 11 : les corrélations qui mesurent l'influence de l'équité des performances sur les performances

## *Annexe 6. Liste des figures*

- Figure 1 : score et indice SESC
- Figure 2 : score et indice SESC avec la droite de régression
- Figure 3 : score et niveaux de compétence
- Figure 4 : intervalle de confiance à 95 % des scores
- Figure 5 : répartition normale des scores de 10% des élèves ayant participé à l'enquête
- Figure 6 indice SESC dans tous les pays de l'OCDE (en haut), dans l'OCDE sans la Turquie et le Mexique (en bas)
- Figure 7 : indice SESC de 25% des élèves les plus riches (sans la Turquie et le Mexique, la France en rouge)
- Figure 8 : intervalle de confiance à 95% des taux d'élèves fréquentant un établissement défavorisé
- Figure 10 : droite de régression du score en fonction de l'indice SESC pour la France et l'Estonie
- Figure 11 : écart de scores pour une unité de l'indice SESC
- Figure 12 : écarts de scores entre le quartile supérieur et le quartile inférieur (sans la Turquie et le Mexique)
- Figure 13 : score et indice SESC (sans la Turquie et le Mexique)
- Figure 14 : score et proportion d'élèves de milieu socioéconomique défavorisé (sans la Turquie et le Mexique)
- Figure 15 : score et PIB (Luxembourg en rouge)
- Figure 16 : score des établissements en fonction de leur indice SESC en Estonie
- Figure 17 : niveau socioéconomique et performance des élèves
- Figure 18 : score et indice SESC de 10% des élèves ayant participé à l'enquête PISA 2012
- Figure 19 : écart de scores et différence des indices SESC des immigrants et des non immigrants
- Figure 20 : écart de scores et différence des indices SESC des immigrants et des non immigrants (sans la Turquie, le Mexique et les USA)
- Figure 21 : écart de scores pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC et équité (sans la Turquie et le Mexique)
- Figure 22 : écart de scores du premier et du dernier quartile et indice d'équité des performances (sans la Turquie et le Mexique)
- Figure 23 : équité et indice SESC
- Figure 24 : équité et indice SESC (sans le Mexique et la Turquie)
- Figure 25 : performance des élèves et équité (copie d'écran)
- Figure 26 : score et indice d'équité 1 (variation du score expliquée par l'indice SESC)
- Figure 27 : score et indice d'équité 2 (écarts de scores pour une augmentation d'une unité de l'indice SESC)
- Figure 28 : exemples de corrélation entre le score en mathématiques et d'autres indicateurs

## Annexe 7. Questionnaire HOMEPOS

Questions (en version originale) permettant de construire l'indice HOMEPOS mesurant le niveau socioéconomique des familles.

**Table 16.2 Household possessions and home background indices**

Item		Item is used to measure index			
		WEALTH	CULTPOS	HEDRES	HOMEPOS
<b>ST26</b>	<b>In your home, do you have:</b>				
ST26Q01	A desk to study at			X	X
ST26Q02	A room of your own	X			X
ST26Q03	A quiet place to study			X	X
ST26Q04	A computer you can use for school work			X	X
ST26Q05	Educational software			X	X
ST26Q06	A link to the Internet	X			X
ST26Q07	Classical literature		X		X
ST26Q08	Books of poetry		X		X
ST26Q09	Works of art		X		X
ST26Q10	Books to help with your school work			X	X
ST26Q11	Technical reference books			X	X
ST26Q12	A dictionary			X	X
ST26Q13	A dishwasher				X
ST26Q14	A <DVD> player	X			X
ST26Q15	<Country-specific wealth item 1>	X			X
ST26Q16	<Country-specific wealth item 2>	X			X
ST26Q17	<Country-specific wealth item 3>	X			X
<b>ST27</b>	<b>How many of these are there at your home?</b>				
ST27Q01	Cellular phones	X			X
ST27Q02	Televisions	X			X
ST27Q03	Computers	X			X
ST27Q04	Cars	X			X
ST27Q05	Rooms with a bath or shower	X			X
<b>ST28</b>	<b>How many books are there in your home?</b>				<b>X</b>

*Technical Report, p.316*